

Análisis del comportamiento de un amortiguador de masa sintonizado considerando incertidumbre en los parámetros del sistema para excitaciones sísmicas estocásticas de bajo contenido de frecuencias

Analysis of the behavior of a tuned mass damper, considering uncertainty in the system parameters for low frequency content stochastic seismic excitations

DOI: <https://doi.org/10.21703/0718-2813.2024.36.3004>

Fecha de entrega: 7 de mayo 2024

Fecha de aceptación: 9 de septiembre 2024

Álvaro Suazo-Schwencke, Gilda Espinoza y Aylin Escobar

Universidad del Bío-Bío, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Avenida Collao 1202, Casilla 5-C, Concepción, Chile, asuazo@ubiobio.cl, gospinoz@ubiobio.cl, Aylinmescobar.e@gmail.com

Se estudia la influencia en el comportamiento de un sistema de un grado de libertad controlado por un amortiguador de masa sintonizado (AMS), cuando se incluyen incertidumbres de 5, 10 y 20% en la razón de masa del AMS, definida como la razón entre la masa del AMS con respecto a la masa de la estructura principal y el periodo traslacional desacoplado de la estructura, en el sentido positivo y negativo. Se realiza un análisis de tipo estocástico y se considera una excitación de bajo contenido de frecuencias. La incertidumbre se ingresa en la modelación matemática como una expansión en serie de Taylor que considera sólo la aproximación de primer orden. Se consideran razones de masas, desde 0.02 a 0.05, los periodos de la estructura abarcan un rango desde 1.5 a 2.0 s. Los resultados muestran que la inclusión de incertidumbre en el periodo de la estructura influye en los valores de los parámetros óptimos y en la eficiencia del AMS. Esta última se reduce o aumenta si el periodo es mayor o menor al periodo predominante de la excitación.

Palabras clave: amortiguador de masa sintonizado, incertidumbre en los parámetros, análisis estocástico, excitación de bajo contenido de frecuencias

The influence on the behavior of a system of one degree of freedom controlled by a tuned mass damper (AMS) is studied, when uncertainties of 5, 10 and 20% are included in the mass ratio of the AMS, which is defined as the ratio between the mass of the AMS with respect to the mass of the main structure and the uncoupled translational period of the structure, in the positive and negative sense. A stochastic analysis is carried out, and a low frequency content excitation is considered. The uncertainty is entered into the mathematical modeling as a Taylor series expansion that considers only the first-order approximation. Mass ratios are considered, from 0.02 to 0.05, the periods of the structure cover a range from 1.5 to 2.0 s. The results show that the inclusion of uncertainty in the period of the structure influences on the values of the optimal parameters and on the efficiency of the AMS. The latter is reduced or increased if the period is greater or less than the predominant period of excitation.

Keywords: tuned mass damper, parameter uncertainty, stochastic analysis, low frequency content excitation

Introducción

El Amortiguador de masa sintonizado (AMS) es un dispositivo de control pasivo de estructuras, cuya utilización ha ido en aumento en Chile y el mundo. Estos dispositivos se basan en el principio de que $C > D$, donde C es la capacidad de la estructura y D es la demanda sísmica sobre la estructura. Un AMS es un dispositivo que está compuesto por una masa secundaria que se une

a la estructura (sistema principal) mediante un resorte y amortiguador, generalmente ubicado en el último piso de un edificio. Su objetivo es transferir y disipar energía cinética de la estructura, a través de la oscilación del AMS, con el mismo periodo del sistema principal, en fase opuesta.

Ormondroyd y Den Hartog (1928) desarrollan la formulación matemática dinámica de una estructura de

un grado de libertad, controlada por un AMS y sometida por una aceleración basal armónica, con la cual se estudia el comportamiento de la estructura. Posteriormente, Den Hartog (1934) encuentra los parámetros para minimizar la respuesta máxima del sistema principal no amortiguado. Frente a una estructura sometida a una excitación basal de ruido blanco, Crandall y Mark (1963) analizan su respuesta, utilizando teoría de vibraciones aleatorias. Soto-Bito y Ruiz (1999) analizan la efectividad de los AMS en edificios sometidos a movimientos de intensidad moderada y alta, concluyendo que la efectividad de un AMS disminuye a medida que aumenta la intensidad del movimiento y la no linealidad del sistema.

Bakre y Jangid (2007) estudian los parámetros óptimos del sistema de un AMS unido a un sistema principal de un grado de libertad, con amortiguamiento viscoso, derivando de varias combinaciones de parámetros de excitación y respuesta, como son el desplazamiento relativo, velocidad de la masa principal y la fuerza transmitida al soporte. Encuentran que el error en estas expresiones es insignificante y, por lo tanto, estas expresiones son convenientes para su uso en el sistema principal de un solo grado de libertad amortiguado.

Espinoza *et al.* (2020) analizan la eficiencia en la reducción del desplazamiento lateral de una estructura, bajo excitaciones sísmicas estocásticas de bajo contenido de frecuencias. El dispositivo de estudio es el Amortiguador Combinado Sintonizado (ACS), el que está compuesto por dos dispositivos efecto-masa, un amortiguador de masa sintonizado (AMS) y un amortiguador de columna de líquido sintonizado (ACLS). Consideran una incertidumbre de tipo positiva o negativa de un 5 y 10%. Los parámetros a los que se les introdujo incertidumbre fueron la razón de longitud del ACLS y la razón de masa. Los resultados muestran que la eficiencia del ACS es máxima, cuando el periodo de la estructura coincide con el periodo predominante de la excitación sísmica.

Espinoza *et al.* (2021) investigan el comportamiento de una estructura lineal controlada por un amortiguador de columna de líquido sintonizado (ACLS), sometida a excitaciones sísmicas estocásticas de bajo contenido de frecuencia. Estudian la razón de frecuencias y coeficiente de pérdida de carga óptimos, al introducir incertidumbre en la razón de masa, la razón de longitud y el coeficiente de pérdida de carga. Concluyen que una incertidumbre en

la razón de masa y en la razón de longitud del ACLS, no produce variaciones en la eficiencia ni en la raíz media cuadrática de desplazamiento de la estructura, pero sí una incertidumbre en el valor del periodo de la estructura.

A partir de las investigaciones realizadas, concluimos que no existen estudios acerca de la eficiencia de los AMS en el control estructural cuando se incluye incertidumbre en los parámetros de la estructura. Por lo tanto, el objetivo principal de esta investigación es analizar si existe una variación en la eficiencia del AMS cuando se considera incertidumbre en sus parámetros.

Modelo estructural

El modelo de estudio se muestra en la Figura 1. Consiste en una masa que se adiciona a una masa secundaria que se une a la estructura principal lineal mediante un resorte y amortiguador. La estructura principal posee amortiguamiento C_s , rigidez K_s y masa M_s , y el AMS de masa M_T tiene rigidez K_T y amortiguamiento C_T . Los grados de libertad del modelo son $X_1(t)$ que corresponde al desplazamiento lateral del sistema principal $X_T(t)$ y al desplazamiento lateral del AMS. Se asume ruido blanco en la roca y se considera un filtro doble de Clough – Penzien para caracterizar el input $\ddot{u}_g(t)$ en la base del modelo, que permite el paso de frecuencias medias a bajas, que se denominó filtro de banda angosto. El término $W(t)$ es explicado más adelante.

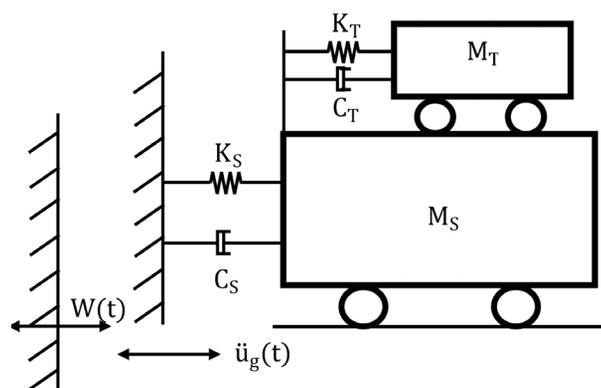
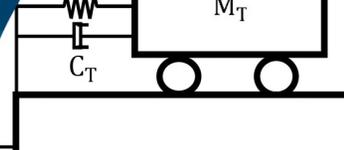


Figura 1: Modelo de estructura lineal con AMS.

Ecuaciones de movimiento

El sistema por estudiar se compone de dos grados de libertad, uno que corresponde al AMS y otro a la estructura



principal. Estas ecuaciones se pueden expresar de forma matricial:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{X}}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{X}}(t)\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{X}(t)\} = -[\mathbf{m}^*]\{1\}\ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

Las ecuaciones mostradas a continuación representan el movimiento para la estructura modelo con un AMS lineal:

$$(M_S + M_T)\ddot{X}_1 + M_T\ddot{X}_T + C_S\dot{X}_1 + K_S X_1 + (M_S + M_T)\ddot{u}_g = 0 \quad (2)$$

$$M_T\ddot{X}_1 + M_T\ddot{X}_T + C_T\dot{X}_T + K_T X_T = -(M_T\ddot{u}_g) \quad (3)$$

Las matrices por utilizar en las ecuaciones anteriores se muestran a continuación:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 + \mu_t & \mu_t \\ \mu_t & \mu_t \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{m}^* = \begin{bmatrix} 1 + \mu_t & 0 \\ 0 & \mu_t \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2\omega_S\xi_S & 0 \\ 0 & 2\omega_t\xi_t\mu_t \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \omega_S^2 & 0 \\ 0 & \omega_t^2\mu_t \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son las matrices de masa, amortiguamiento, y rigidez del sistema completo. Por otra parte, \mathbf{m}^* es la matriz de influencia del input.

Análisis probabilístico en el dominio del tiempo

Metodología

Para obtener los parámetros óptimos del AMS, se realiza un análisis estocástico en el dominio del tiempo. La excitación aleatoria se considerará de bajo contenido de frecuencias. Para la obtención de la ecuación de estado del sistema dinámico, se consideró la inclusión de un doble filtro de Clough – Penzien, compuesto por un filtro que simula el estrato de suelo y un segundo filtro que corrige las frecuencias bajas.

Sistema completo sin filtro

En la ecuación (8) se muestra la matriz de estado del sistema, y en la ecuación (9) se presenta el vector de input del estado.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ -M^{-1}m^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

A continuación, se muestran las ecuaciones de estado de primer orden de la estructura sin la inclusión de filtro y del sistema completo Estructura-AMS. La ecuación de estado se expresa en la ecuación (12):

$$\mathbf{X}_2 = \{X_1 \quad X_T \quad \dot{X}_1 \quad \dot{X}_T\}^T \quad (10)$$

$$\ddot{u}_g = C_f X_f \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{A} \mathbf{X}_2 + \mathbf{B} \ddot{u}_g \quad (12)$$

donde X_f corresponde al vector estado del filtro, donde los cuatro primeros elementos representan el filtro debido al estrato de suelo y los otros cuatro consideran el filtro que corrige las frecuencias bajas.

$$\mathbf{X}_f = \{x_g \quad \dot{x}_g \quad x_f \quad \dot{x}_f\}^T \quad (13)$$

Filtro de Clough-Penzien

A continuación, se muestra la matriz de estado del filtro, la matriz de output del filtro y la matriz de colocación de la excitación del filtro respectivamente:

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_g^2 & -2\xi_g\omega_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \omega_f^2 & 2\xi_g\omega_g & -\omega_f^2 & -2\xi_f\omega_f \end{bmatrix} \quad (14)$$

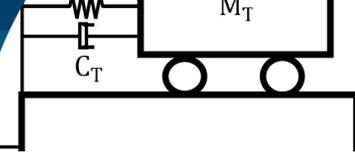
$$\mathbf{C}_f = [\omega_g^2 \quad 2\xi_g\omega_g \quad -\omega_f^2 \quad -2\xi_f\omega_f] \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

La ecuación (17) muestra el estado del filtro doble de Clough-Penzien dada por:

$$\dot{\mathbf{X}}_f = \mathbf{A}_f \mathbf{X}_f + \mathbf{B}_f W(t) \quad (17)$$

donde la matriz $W(t)$ se obtiene a partir de los valores de intensidad de ruido blanco en la roca a partir del valor de Peak Ground Acceleration (PGA) considerado en el análisis.



$$A_w = \omega_g^4(\xi_g\omega_f + \xi_f\omega_g) + 4\xi_g^2\omega_g^2(\xi_g\omega_f^3 + \xi_f\omega_g^3) + 4\xi_g\xi_f\omega_g\omega_f(\xi_g\omega_f + \xi_f\omega_g) \quad (18)$$

$$B_w = 2\xi_g\xi_f\left((\omega_g^2 - \omega_f^2)^2 + 4\omega_g^2\omega_f^2(\xi_g^2 + \xi_f^2)\right) + 4\xi_g\xi_f\omega_g\omega_f(\omega_g^2 - \omega_f^2) \quad (19)$$

$$W(t) = \frac{PGA \cdot B_w}{3\pi A_w} \quad (20)$$

Expandiendo el estado se obtiene la ecuación de estado del sistema Estructura-AMS-Filtro (23).

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_2 \\ \dot{\mathbf{X}}_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{4 \times 4} & B_{4 \times 1} C_{f_{1 \times 4}} \\ 0_{4 \times 4} & A_{f_{4 \times 4}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0_{4 \times 1} \\ \mathbf{X}_{f_{4 \times 1}} \end{Bmatrix} W(t) \quad (21)$$

$$\mathbf{X}_3 = \{\mathbf{X}_2 \quad \mathbf{X}_f\}^T \quad (22)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_3 = \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_3 + \mathbf{B}_1 W(t) \quad (23)$$

En este estudio se considera un input para ancho de banda angosto, el cual se obtiene de la modificación del ruido blanco a través de un doble Filtro de Clough – Penzien que tiene como característica corregir las frecuencias bajas de la excitación y además imitar un estrato de suelo. La desviación estándar, de los desplazamientos y giros de todos los grados de libertad se obtienen de la matriz de covarianza. La Densidad de Potencia Espectral $S_g(\omega)$, se ajusta a través del filtro de Clough-Penzien modificado.

$$S_g(\omega) = S_0 \frac{\omega_g^4 + 4\xi_g^2\omega_g^2\omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_g^2\omega_g^2\omega^2} \frac{\omega^4}{(\omega_f^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_f^2\omega_f^2\omega^2} \quad (24)$$

donde S_0 , ω_f y ξ_f son parámetros ajustados por mínimos cuadrados, para lograr un ancho de banda angosto. En la Tabla 1 se entrega los parámetros del filtro Clough – Penzien para el filtro considerado.

Tabla 1: Parámetros del filtro de Clough – Penzien para los procesos aleatorios utilizados.

Tipo de entrada	Parámetros				
	S_0	ω_g , rad/s	ξ_g	ω_f , rad/s	ξ_f
AB-Angosto	1335.6	3.14	0.2	6.00	0.80

Donde el parámetro S_0 es la intensidad del ruido blanco, ξ_g y ω_g son el amortiguamiento y frecuencia del filtro del estrato del suelo, respectivamente. Por otra parte, ξ_f y ω_f son la frecuencia y el amortiguamiento del filtro que corrige las frecuencias bajas.

Incertidumbre en los parámetros

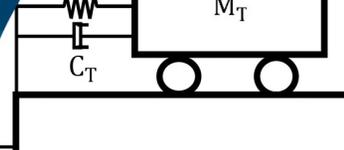
Se observa que las matrices \mathbf{A} y vector \mathbf{B} están en función de las propiedades dinámicas del sistema y propiedades de input, respectivamente, caracterizando la estructura primaria y la carga estocástica. La respuesta asume intuitivamente que estos parámetros son completamente conocidos. Sin embargo, las incertidumbres en estos parámetros del sistema pueden llevar a respuestas inesperadas que afectan la seguridad deseada de la estructura. Por lo tanto, en el diseño de parámetros AMS óptimos, además de la naturaleza estocástica del evento sísmico, se debe tener en cuenta la incertidumbre con respecto a estos parámetros, que se espera tenga influencia en los resultados de optimización, esto indica que debe realizarse un análisis de sensibilidad del sistema dinámico estocástico.

La inclusión de incertidumbre en esta investigación se realizará en la razón de masa del AMS, razón de amortiguamiento y periodo traslacional desacoplado de estructura principal, en un 5, 10 y 20% con respecto a los valores reales, que en esta investigación se denominará como determinísticos. Estas variaciones de los parámetros permitirán observar el efecto de la incertidumbre en la determinación de los siguientes parámetros óptimos de diseño del AMS, su razón de sintonía y su razón de amortiguamiento.

Obtención de matriz de covarianza

Para la obtención de la matriz de covarianza se resuelve la ecuación de Lyapunov, para lo cual se ha dejado las ecuaciones del sistema dinámico en forma de ecuación de estado, asumiendo que el input es ruido blanco. Para definición de la potencia del ruido blanco, se considera que la varianza de la aceleración del suelo a la entrada del sistema debe ser igual a:

$$\sigma_{\ddot{u}_g}^2 = \frac{PGA}{3} \quad (25)$$



En este estudio se consideró un PGA de 0.25g. Se presenta a continuación la ecuación Lyapunov:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{R} + \mathbf{R} \mathbf{A}_1^T + \mathbf{B}_1 \mathbf{W} \mathbf{B}_1^T = 0 \quad (26)$$

donde \mathbf{R} corresponde a la matriz de covarianza del sistema completo y \mathbf{W} a la intensidad del ruido blanco. Dado que las matrices ampliadas del sistema combinado \mathbf{A}_1 y \mathbf{B}_1 involucran incertidumbre en los parámetros, la solución asociada a la matriz de covarianza de respuesta \mathbf{R} también los involucrará. Es por ello que para incluir esta incertidumbre en los parámetros en el cálculo de la matriz de covarianza, las matrices del sistema \mathbf{A}_1 , \mathbf{B}_1 y \mathbf{R} se aproximan en series de Taylor de primer orden:

$$\mathbf{A}_1 = \bar{\mathbf{A}}_1 + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \quad (27)$$

$$\mathbf{B}_1 = \bar{\mathbf{B}}_1 + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \quad (28)$$

$$\mathbf{R} = \bar{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \quad (29)$$

donde $\bar{\mathbf{A}}_1$, $\bar{\mathbf{B}}_1$ y $\bar{\mathbf{R}}$ representan la matriz correspondiente el valor nominal o determinístico. Sustituyendo las ecuaciones (27), (28) y (29) en (26), se obtiene lo siguiente:

$$\left(\bar{\mathbf{A}}_1 + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \right) \left(\bar{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \right) + \left(\bar{\mathbf{R}} + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \right) \left(\bar{\mathbf{A}}_1 + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \right) + \left(\bar{\mathbf{B}}_1 + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \right) \mathbf{W} \left(\bar{\mathbf{B}}_1 + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial x_i} \delta x_i + \dots \right) = 0 \quad (30)$$

Realizando una aproximación de primer orden, se puede obtener lo siguiente:

$$\bar{\mathbf{A}}_1 \bar{\mathbf{B}}_1 + \bar{\mathbf{R}} \bar{\mathbf{A}}_1^T + \bar{\mathbf{B}}_1 \mathbf{W} = 0 \quad (31)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_1 \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial x_i} \bar{\mathbf{R}} + \bar{\mathbf{R}} \frac{\partial \mathbf{A}_1^T}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i} \bar{\mathbf{A}}_1^T + \bar{\mathbf{B}}_1 \mathbf{W} = 0 \quad (32)$$

La matriz de sensibilidad de primer orden de la matriz de covarianza $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i}$, se obtiene a partir de la resolución de las dos ecuaciones de Lyapunov, una sin incertidumbre (31) y otra con incertidumbre (32). La matriz de covarianza media se puede obtener de la ecuación (31), considerando el valor medio de las matrices de parámetros del sistema $\bar{\mathbf{A}}_1$ y $\bar{\mathbf{B}}_1$, y las sensibilidades de primer orden de la matriz

de covarianza $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i}$ que se obtienen de resolver la ecuación (32).

$$\sigma_x = \bar{\sigma}_x \pm \sum_{i=1}^m \frac{\partial \sigma_x}{\partial x_i} \delta x_i \pm \dots \quad \begin{cases} \sigma_{x_{up}} = \bar{\sigma}_x + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \sigma_x}{\partial x_i} \delta x_i \pm \dots \\ \sigma_{x_{low}} = \bar{\sigma}_x - \sum_{i=1}^m \frac{\partial \sigma_x}{\partial x_i} \delta x_i \pm \dots \end{cases} \quad (33)$$

donde

$$\sigma_x = \sqrt{R(1,1)} \quad (34)$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{\partial R(1,1)}{\partial x}}{\sqrt{R(1,1)}} \right) \quad (35)$$

Donde σ_x es obtenida a través la resolución de la ecuación de Lyapunov sin incertidumbre, mientras que $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x_i}$, es la resolución de la ecuación de Lyapunov con incertidumbre,

Procedimiento de optimización

El proceso de optimización consistió en encontrar la frecuencia y el amortiguamiento del AMS que minimicen la razón entre la desviación estándar del desplazamiento del sistema principal con AMS y la desviación estándar del desplazamiento del sistema principal sin AMS, que corresponde a la función objetivo 3 ($F0_3$), para cuando se considere incertidumbre positiva, función objetivo 2 ($F0_2$), y para cuando no se considera incertidumbre, es decir:

Función objetivo 1 ($F0_1$)

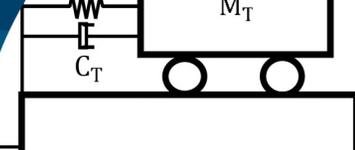
$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } FO_1 \left(\frac{\sigma_{X_{1up} \text{ cAMS}}}{\sigma_{X_{1up} \text{ sAMS}}} \right) \\ & \text{Encontrar: } \omega_t, \xi_t \\ & \text{Sujeto a: } 0.3\omega_1 < \omega_t < 1.5\omega_1 \\ & \quad \quad \quad 0 < \xi_t < 0.5 \end{aligned} \quad (36)$$

Función objetivo 2 ($F0_2$)

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } FO_2 \left(\frac{\sigma_{X_{1low} \text{ cAMS}}}{\sigma_{X_{1low} \text{ sAMS}}} \right) \\ & \text{Encontrar: } \omega_t, \xi_t \\ & \text{Sujeto a: } 0.3\omega_1 < \omega_t < 1.5\omega_1 \\ & \quad \quad \quad 0 < \xi_t < 0.5 \end{aligned} \quad (37)$$

Función objetivo 3 ($F0_3$)

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } FO_3 \left(\frac{\sigma_{X_1 \text{ cAMS}}}{\sigma_{X_1 \text{ sAMS}}} \right) \\ & \text{Encontrar: } \omega_t, \xi_t \\ & \text{Sujeto a: } 0.3\omega_1 < \omega_t < 1.5\omega_1 \\ & \quad \quad \quad 0 < \xi_t < 0.5 \end{aligned} \quad (38)$$



Los rangos considerados para las restricciones ω_t , y ζ_t se seleccionaron de forma que la solución óptima nunca llega al límite del espacio de la solución.

Resultados

En esta sección se presentan los resultados del estudio. El análisis se realiza considerando fijo ciertas características del sistema y variando la razón de masa (μ_T), la razón de amortiguamiento de la estructura principal (ζ_s) y el periodo de la estructura principal (T_s). Por otra parte, se consideran fluctuaciones del 5, 10 y 20% de los parámetros con respecto al valor real o determinístico, con la finalidad de observar el impacto de la incertidumbre en la obtención de los parámetros óptimos de diseño del AMS.

Análisis de los parámetros óptimos del AMS Influencia de la razón de masa μ_t

En las Figuras 2 y 3 se puede analizar el comportamiento óptimo del AMS con respecto a la razón de masa (μ_T), definida como razón entre la masa de AMS y la masa de la estructura principal, para un proceso de banda angosto (NBP) con amortiguamientos de la estructura de $\zeta_s = 0.02$ y $\zeta_s = 0.05$. En la primera fila de cada figura se muestra la razón de frecuencia óptima del AMS ($\omega_{t\text{ opt}}$), con respecto a la frecuencia de base fija del sistema principal (ω_s) y en la segunda fila la razón de amortiguamiento óptimo del AMS ($\zeta_{t\text{ opt}}$). Los dos parámetros óptimos del AMS se analizan en un rango de masa de 0.01 a 0.05 y tres periodos traslacionales desacoplados del sistema principal (T_s), 1.5, 2 y 2.5 s. En la Figura 2 se observa que la inclusión de la incertidumbre en la razón de masa tiene una incidencia cada vez menor, para la razón de frecuencia a medida que aumenta la flexibilidad de la estructura, observándose que no tiene efecto en la razón de frecuencia óptima, cuando la estructura tiene un periodo de 2.5 s.

La Figura 3 entrega los resultados para una razón de amortiguamiento de la estructura de 0.05. Se observa claramente, que el efecto de una incertidumbre en la masa, en una estructura que tiene un amortiguamiento mayor, no produce ningún cambio, por lo que la incertidumbre en la masa en el cálculo es insensible a la razón de amortiguamiento que posea la estructura.

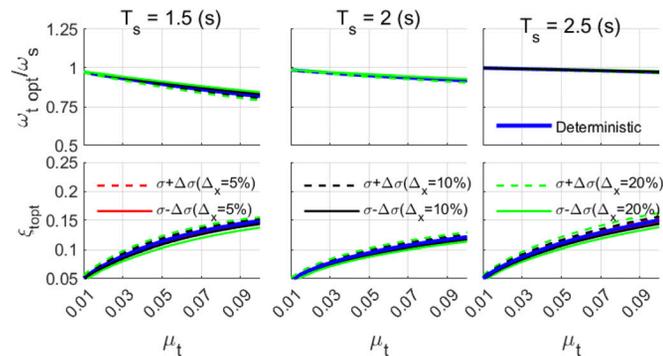


Figura 2: Razón de frecuencias y amortiguamientos óptimos del AMS ($\xi_s = 0.02$), NBP

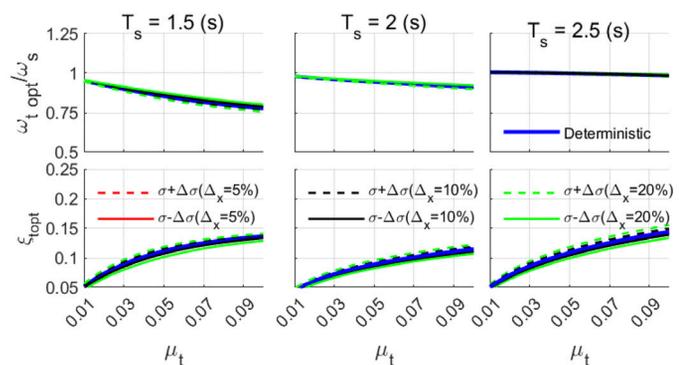
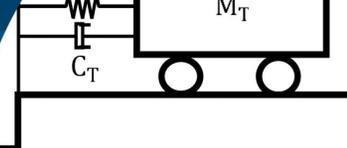


Figura 3: Razón de frecuencias y amortiguamientos óptimos del AMS ($\xi_s = 0.05$), NBP

Influencia del periodo de base fija de la estructura T_s

En las Figuras 4 y 5 se puede analizar el comportamiento óptimo del AMS con respecto al periodo de base fija de la estructura (T_s), para un proceso de ancho de banda angosto con amortiguamientos de la estructura de $\zeta_s = 0.02$ y $\zeta_s = 0.05$. La primera fila muestra la razón de frecuencia óptima del AMS ($\omega_{t\text{ opt}}$) con respecto a la frecuencia de base fija del sistema principal (ω_s) y la segunda fila la razón de amortiguamiento óptimo del AMS ($\zeta_{t\text{ opt}}$), los dos parámetros óptimos del AMS se analizan en un rango μ_T de periodo de 1.5 a 2.5 s y tres razones de masa del AMS (μ_t), 0.02, 0.03 y 0.05.

Se observa que existe una dependencia importante de la razón de sintonía y razón de amortiguamiento óptimo, con respecto a los porcentajes de incertidumbre considerados, aumentando su desviación con respecto al valor



determinístico sin incertidumbre, a medida que aumenta la incertidumbre considerada en el valor del periodo. La influencia en el valor de la razón de frecuencias óptimas, debido a la inclusión de incertidumbre en el periodo, aumenta a medida que el valor de la razón de masa es mayor. Por otra parte, en el periodo predominante de la excitación, es decir, 2 s, se produce un punto de inflexión, en el valor de la razón de frecuencias óptimas del AMS sin incertidumbre y también para las otras que resultan de la inclusión de incertidumbre.

Un comportamiento distinto ocurre con el amortiguamiento óptimo del AMS, en el que tanto al sumar una incertidumbre o incluir un decremento, el efecto sobre el valor determinístico produce una disminución del valor del parámetro, es menor tanto para el valor de la incertidumbre positiva como negativa. Se observa que el amortiguamiento óptimo del AMS, disminuye drásticamente para el periodo predominante de la excitación, sin embargo, este efecto no se reproduce en los amortiguamientos óptimos que se obtiene al introducir una incertidumbre en el periodo.

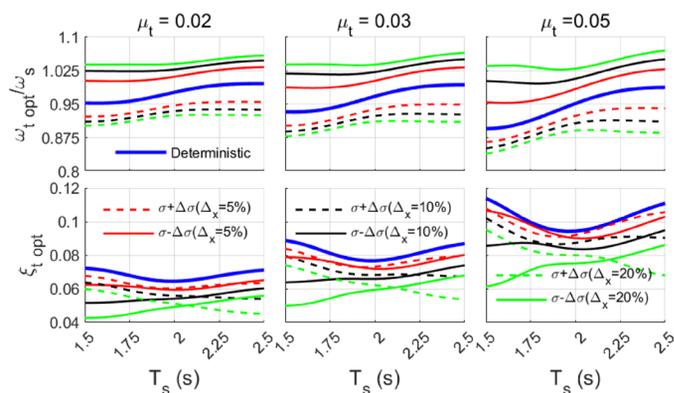


Figura 4. Razón de frecuencias y amortiguamientos óptimos del AMS ($\xi_s = 0.02$), NBP

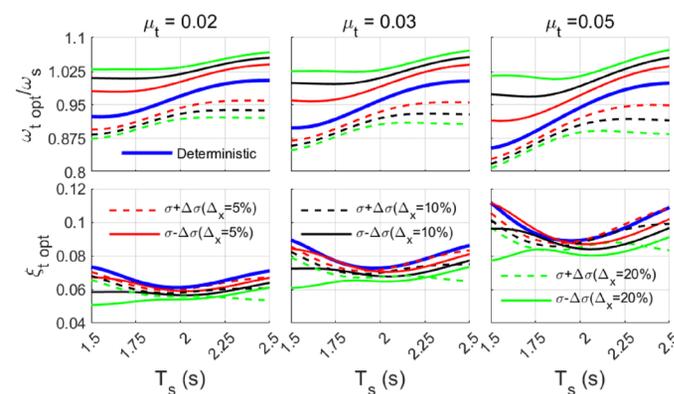


Figura 5: Razón de frecuencias y amortiguamientos óptimos del AMS ($\xi_s = 0.05$), NBP

Si se compara la Figura 4, que está construida considerando una razón de amortiguamiento de un 2%, y la Figura 5, que considera una razón de amortiguamiento de un 5% para la estructura, se observa que el comportamiento de los parámetros óptimos es prácticamente el mismo, por lo que el valor de la razón de amortiguamiento no influye en el comportamiento de la incertidumbre sobre los parámetros óptimos.

Análisis de la eficiencia del AMS Reducción con respecto a la razón de masa μ_T

En las Figuras 6 y 7 se puede analizar la reducción con respecto a la razón de masa (μ_T), la cual se define como la varianza de respuesta del sistema con AMS, dividido por la varianza de respuesta del sistema sin AMS, para un proceso de ancho de banda angosto con amortiguamientos de la estructura de $\xi_s = 0.02$ y $\xi_s = 0.05$.

$$RD = \left(\frac{\sigma_{X_1 \text{ cAMS}}}{\sigma_{X_1 \text{ sAMS}}} \right) \quad (39)$$

La Figura 6 muestra la razón de reducción de una estructura controlado por un AMS diseñado con una rigidez y amortiguamiento óptimos, en una estructura con una razón de amortiguamiento de un 2%. En el gráfico se encuentran tres columnas, las que corresponden a tres periodos (T_s). La primera considera un valor de periodo de 1.5 s para representar a una estructura rígida, en la columna intermedia 2.0 s para considerar una estructura de rigidez intermedia y en la tercera de 2.5 s para emular una estructura flexible. La Figura 7 es análoga a la Figura 6, pero considera una estructura con una razón de amortiguamiento de un 5%.

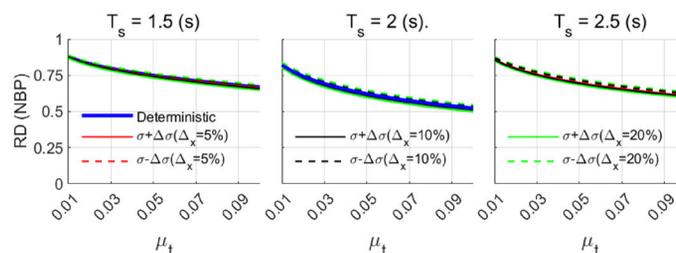
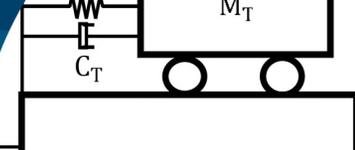


Figura 6: Reducción con AMS óptimo ($\xi_s = 0.02$), NBP

Al comparar la Figura 6 con la Figura 7, correspondientes a un $\xi_s = 0.02$ y $\xi_s = 0.05$ respectivamente, se observa que



son prácticamente iguales, lo que significa que la razón de amortiguamiento del sistema principal no influye en los comportamientos de las reducciones.

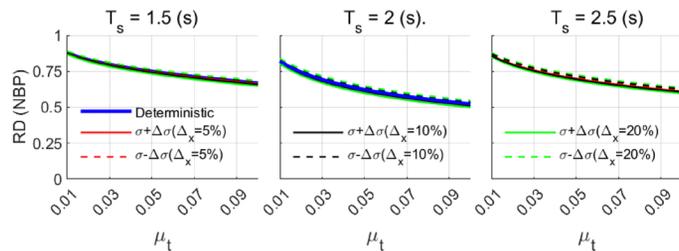


Figura 7: Reducción con AMS óptimo ($\xi_s = 0.05$), NBP

Reducción con respecto al periodo de base fija de la estructura

La Figura 8 muestra la reducción de desplazamiento de una estructura que ha sido implementada con una rigidez y amortiguamiento óptimo, para cada porcentaje de incertidumbre. La reducción RD se expresa en función del periodo de base fija de la estructura (T_s), para un proceso de ancho de banda angosto con amortiguamientos de la estructura de $\xi_s = 0.02$. Este comportamiento se analiza en un rango de periodo de 1.5 s a 2.5 s y tres razones de masa del AMS (μ_t), 0.02, 0.03 y 0.05. El signo de las incertidumbres en el periodo tiene gran influencia en la reducción de los desplazamientos de la estructura, cuando

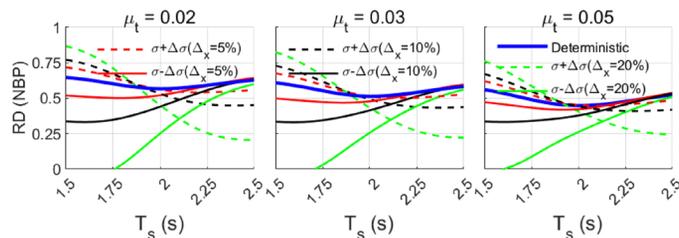


Figura 8: Reducción del AMS óptimo ($\xi_s = 0.02$), NBP

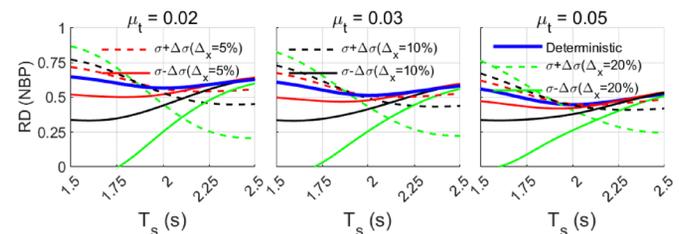


Figura 9: Reducción del AMS óptimo ($\xi_s = 0.05$), NBP.

las incertidumbres son positivas se produce una reducción en la eficiencia del AMS óptimo en la estructura. En el caso de una incertidumbre negativa, se produce tanto una disminución en la reducción (más allá del periodo predominante) y un aumento antes de los 2 s.

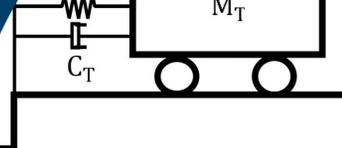
Para la Figura 9, la cual tiene una razón de amortiguamiento de sistema principal de 0.05, se observa un comportamiento prácticamente idéntico al anterior.

Conclusiones

Con respecto al comportamiento de los parámetros óptimos, se concluye que para estructuras rígidas a medias, la razón de frecuencias óptima del AMS, con respecto a la frecuencia del sistema principal, se desintoniza en el sentido decreciente, a medida que la masa del AMS es mayor. Sin embargo, en estructuras flexibles, se sintoniza completamente con la frecuencia de la estructura. Se observa que existe una mayor sensibilidad a la incertidumbre a medida que esta aumenta. En general, una incertidumbre positiva aumenta el valor del parámetro óptimo, y una negativa lo disminuye. La razón de amortiguamiento óptimo del AMS aumenta con el aumento de la razón de masa. No obstante, en el caso particular de coincidir con el periodo predominante de excitación, 2.0 s, su valor es menor que para otros periodos.

La incertidumbre tiene poca influencia en el valor de la razón de amortiguamiento óptima del AMS, con respecto al valor a la razón de masa. Sin embargo, con respecto al periodo de la estructura principal, tiene un comportamiento distinto para periodos mayores al periodo predominante de la excitación, con respecto, a los menores al predominante.

Con respecto al comportamiento de la eficiencia del AMS, al existir una incertidumbre, se concluye que a medida que la razón de masa del dispositivo óptimo aumenta, la eficiencia del AMS es mayor, con una leve influencia de la incertidumbre. La eficiencia del AMS debido a la incertidumbre depende del signo de esta. Si es negativo la eficiencia es mayor hasta un periodo cercano predominante de la excitación. Si es positivo es mayor al negativo, después del periodo predominante. No se observa ningún cambio apreciable al considerar razones de amortiguamiento distintas en la estructura.



Agradecimientos

Los autores agradecen a la Universidad del Bío-Bío, por el financiamiento otorgado para el desarrollo de esta investigación, a través de Proyecto Regular de Investigación UBB DIUBB 2260531 IF/R.

Referencias

Bakre S.V. and Jangid R.S. (2007). Optimum parameters of tuned mass damper for damped main system. *Structural Control & Health Monitoring* **14**(3), 448–470. doi.org/10.1002/stc.166

Crandall, S.H. and Mark, W.D. (1963). *Random vibration in Mechanical Engineering*. Academic Press, New York, US.

Den Hartog, J.P. (1934). *Mechanical vibrations*. McGraw-Hill, New York, US.

Espinoza, G., Quinteros, C., Gajardo, K., Suazo, A. y Quijada, S. (2021). Eficiencia de un amortiguador de columna de líquido sintonizado considerando una excitación sísmica de bajo contenido de frecuencias e incertidumbre. *Obras y Proyectos* **29**, 54-68. doi.org/10.4067/S0718-28132021000100054

Espinoza, G., Rivas, S. y Suazo, A. (2020). Análisis de la eficiencia de un amortiguador combinado sintonizado con incertidumbre en los parámetros sometido a excitaciones sísmicas de bajo contenido de frecuencias. *Obras y Proyectos* **28**, 68-77. doi.org/10.4067/S0718-28132020000200068.

Ormondroyd, J. and J. P. Den Hartog (1928). The theory of dynamic vibration absorber. *Transactions of the ASME* **50**(7): 9-22. doi.org/10.1115/1.4058553

Soto-Brito, R. and Ruiz, S.E. (1999). Influence of ground motion intensity on the effectiveness of tuned mass dampers. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* **28**(11):1255-1271. doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199911)28:11<1255::AID-EQE865>3.0.CO;2-C