

Validación mediante simulación de Montecarlo de la eficiencia de un amortiguador de columna de líquido sintonizado óptimo para excitaciones de alto contenido de frecuencias

Validation by Montecarlo simulation of the efficiency of an optimally tuned liquid column damper for excitations with high frequency content

(<https://doi.org/10.21703/0718-2813.2023.34.2446>)

Fecha de entrega: 29 de octubre 2022
Fecha de aceptación: 11 de agosto 2023

Álvaro Suazo, Camilo Sanhueza, Gerardo Coloma y Gilda Espinoza

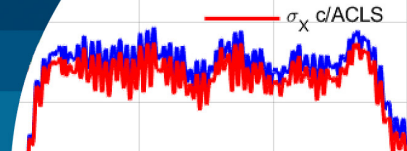
Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Facultad de Ingeniería, Universidad del Bío-Bío, Avenida Collao 1202, Casilla 5-C, Concepción, Chile, asuazo@ubiobio.cl (Orcid: 0000-0003-1386-8821), camilo.sanhueza1401@alumnos.ubiobio.cl (Orcid: 0000-0002-4782-837X), gcoloma@egresados.ubiobio.cl (Orcid: 0000-0001-7488-1320), gespinoz@ubiobio.cl (Orcid: 0000-0001-5722-5575)

En esta investigación se analiza el valor de la eficiencia del Amortiguador de Columna de Líquido Sintonizado (ACLS), calculada a través de la teoría estocástica de vibraciones. Se emplean tres criterios o funcionales de optimización. El modelo consiste en un sistema principal de un grado de libertad, con comportamiento no lineal, controlado por un ACLS no lineal. El análisis estocástico supone un estado estacionario y realiza una linealización estadística equivalente, para el comportamiento no lineal, con lo que se obtienen reducciones teóricas de desplazamiento y de energía histerética. Luego, éstas se comparan con las reducciones obtenidas con una simulación de Montecarlo con 200, 450, 800, 1250, 1850, 2600 simulaciones. Para la simulación se plantean las ecuaciones no lineales, que se integran directamente sin linealizarlas. Las simulaciones se realizan con sismos artificiales de alto contenido de frecuencias, compatibles con la norma chilena NCh2745 (2013). Los resultados de la simulación de Montecarlo son sensibles al número de simulaciones consideradas. Se produce una convergencia para dos criterios. Los errores son menores al 10%, lo que se considera aceptable. Las reducciones obtenidas para la energía histerética de un análisis teórico, sobrestiman la eficiencia del ACLS, para un criterio con un periodo de 2.0 s, y para todos los criterios cuando se tiene un periodo de 2.5 s.

Palabras claves: amortiguador de columna de líquido sintonizado, comportamiento no lineal, simulación de Montecarlo, análisis estocástico

In this research the efficiency of the Tuned Liquid Column Damper (TLCD) calculated through stochastic vibration theory is analysed. Three optimization functionalities or criteria are considered. The model consists of a one degree of freedom main system, with non-linear behaviour; controlled by non-linear TLCD. The stochastic analysis assumes a steady-state and performs an equivalent statistical linearization for nonlinear behaviour; with which theoretical displacement and hysteretic energy reductions are obtained. Then, these theoretical reductions are compared with the reductions obtained with a Monte Carlo Simulation (MCS) of 200, 450, 800, 1250, 1850, 2600 simulations. For the simulation, nonlinear equations are proposed, which are directly integrated without linearization. The simulations are performed with artificial earthquakes of high-frequency content, compatible with the Chilean standard NCh2745 (2013). The results obtained through the MCS are sensitive to the number of simulations considered. However, a convergence occurs for two criteria. Errors are less than 10%, which is considered acceptable. The reductions obtained for hysteretic energy from a theoretical analysis overestimate the efficiency of TLCD, for a criterion with a period of 2.0 s, and for all criteria with a period of 2.5 s.

Keywords: tuned liquid column damper; non-linear behaviour; Montecarlo simulations, stochastic analysis



Introducción

En el último tiempo se han realizado bastantes investigaciones para el desarrollo de nuevas estrategias que permitan proveer a las estructuras de mayor seguridad. Esto se puede alcanzar a través de la incorporación de sistemas de reducción de vibraciones, entre los cuales se encuentran los amortiguadores de columna de líquido sintonizado (ACLS). Estos últimos consisten en un recipiente en forma de U que en su interior contiene líquido (generalmente agua), el cual imparte amortiguamiento indirecto a la estructura a través del movimiento oscilante del fluido dentro del recipiente. La disipación de energía en la columna de agua resulta del paso del líquido a través de un orificio con características inherentes de pérdida de carga (Yalla y Kareem, 2000).

Los primeros estudios respecto al ACLS estuvieron enfocados en estructuras afectadas por el viento. Xu *et al.* (1992) investigan la posible aplicación de ACLS, comparando la eficiencia de los ACLS respecto a la de amortiguadores de masa sintonizada (AMS) en estructuras sensibles al viento, concluyendo que ambos sistemas pueden lograr el mismo nivel de reducción de movimiento, presentando el ACLS significativas ventajas prácticas respecto al AMS, de menor costo de mantenimiento. Won *et al.* (1996) investigan el comportamiento del ACLS en el control de una estructura solicitada sísmicamente, extendiendo su uso a este tipo de eventos. Estudiaron el rendimiento sísmico del ACLS para el control pasivo de estructuras flexibles sometidas a una acción sísmica estocástica con una frecuencia y amplitud moduladas, para representar el movimiento de un sismo de alta intensidad. Observaron que los ACLS son más eficientes en estructuras que tienen períodos superiores a 2 s.

Ghosh y Basu (2007) presentan una solución de forma cerrada para la relación de sintonización óptima de un ACLS, el que es válido para estructuras amortiguadas sujetas a una carga sísmica generalizada. Wu *et al.* (2009) estudian los parámetros óptimos de un ACLS que presenta secciones transversales no uniformes para una estructura de un grado de libertad con movimiento horizontal, concluyendo que la relación de sintonización de frecuencia óptima es independiente del nivel de excitación; y que el uso de secciones transversales uniformes para las columnas líquidas es siempre la mejor opción en las mismas

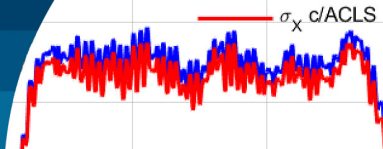
condiciones de amortiguamiento estructural, relación de masa y relación de longitud horizontal del ACLS.

Di Matteo *et al.* (2014) introducen una fórmula que permite elegir los parámetros óptimos de un ACLS de forma directa y rápida, fórmula que fue verificada en comparación con la simulación de Montecarlo basada en el sistema completo no lineal. Di Matteo *et al.* (2015) proponen una formulación alternativa, basada en operadores fraccionarios, para modelar los movimientos del líquido contenido en dispositivos ACLS, mejorando notablemente la predicción de los desplazamientos reales de la superficie líquida con respecto al modelo no lineal clásico.

Mohebbi *et al.* (2015) proponen un método de optimización para el diseño óptimo de múltiples ACLS con el fin de mejorar el comportamiento sísmico de las estructuras, minimizando el desplazamiento máximo o la aceleración máxima de éstas. Fu (2017) investiga un método de transformación de una estructura con un ACLS a una estructura con un amortiguador de masa sintonizado (AMS), para control de vibraciones en estructuras simétricas y asimétricas. Con ello logra relaciones de masa, frecuencia óptima, frecuencia natural y amortiguación de la estructura principal. El ajuste se realizó a través de simulaciones numéricas utilizando el criterio de Den Hartog para la optimización del ACLS y el análisis estructural realizado en el software SAP 2000 demuestra que el método de transformación de la estructura ACLS en el sistema de estructura AMS es razonable y factible.

Furtmüller *et al.* (2019) realizaron un estudio experimental de un ACLS, como un dispositivo de protección sísmica para el control de una estructura aislada en la base. Los resultados confirman los hallazgos teóricos recientes, de que una estrategia de control híbrido pasivo que combina un aislamiento de base y un ACLS, reduce la demanda de desplazamiento del subsistema de aislamiento de base, así como la demanda de aceleración total si ambos dispositivos están ajustados adecuadamente.

Numerosos son los estudios acerca del ACLS y otros dispositivos utilizados para el control de vibraciones de estructuras con comportamiento lineal. Sin embargo, el comportamiento real de las estructuras tiene un componente no lineal, sobre todo ante eventos sísmicos de gran intensidad. La primera investigación sobre estructuras



con comportamiento no lineal, con un amortiguador fue realizada por Esteva y Ruiz (1997), quienes estudiaron la efectividad de un AMS en una estructura inelástica. Sus resultados mostraron que la eficiencia del dispositivo, disminuye a medida que el sistema principal incursiona en el rango no lineal. Sgobba *et al.* (2010) investigan el diseño óptimo de un AMS en una estructura con comportamiento no lineal utilizando el modelo histerético de Bouc-Wen. Consideran la aplicación de la carga sísmica, como un proceso estocástico estacionario filtrado. El problema de optimización fue establecido teniendo en cuenta tres funciones objetivo: el máximo de la desviación estándar del desplazamiento estructural máximo, la energía histerética disipada promedio de un edificio protegido con referencia a uno no controlado, y un daño funcional que considera los dos índices descritos anteriormente definido como la norma entre ellos.

Lee *et al.* (2012) investigaron las características dinámicas no lineales de un ACLS que varía con la amplitud de la entrada de excitación mediante pruebas en mesas vibratorias y un modelo numérico de un ACLS. Concluyeron que tanto la frecuencia natural como la relación de masa de un ACLS son independientes de la variación de la amplitud de excitación, mientras que la relación de amortiguamiento de un ACLS aumenta con una mayor amplitud de excitación.

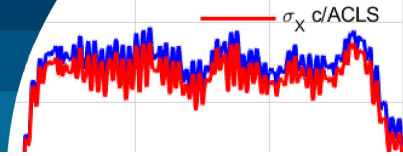
Espinoza *et al.* (2018) analizaron un ACLS en una estructura con comportamiento no lineal ante excitaciones sísmicas de alto y bajo contenido de frecuencias. Se obtuvieron los parámetros de diseño óptimos del ACLS para la minimización del desplazamiento del sistema estructural, para la reducción de la energía histerética y para un ponderado de ambos. Los resultados muestran que la razón de sintonía del ACLS es insensible a la razón de masa del ACLS y a la razón de amortiguamiento del sistema principal, y que en estructuras flexibles el coeficiente de pérdida de carga es menor y aumenta con respecto a la razón de longitud del dispositivo.

Espinoza *et al.* (2021a) estudian el comportamiento de una estructura de un grado de libertad que es solicitada por una excitación de alto contenido de frecuencias, la cual es controlada por un ACLS óptimo, al introducirse incertidumbre, de la razón de frecuencias y el coeficiente de pérdida de carga. La incertidumbre se ingresa en la razón

de masa, la razón de longitud y el coeficiente de pérdida de carga. Encuentran que la introducción de incertidumbre en el periodo de la estructura es la que produce una mayor sensibilidad en los parámetros óptimos del ACLS, en la eficiencia y en la raíz cuadrática media RMS del desplazamiento de la estructura. Afecta principalmente a estructuras rígidas y para una razón de masa pequeña. Espinoza *et al.* (2021b) analizan el comportamiento de una estructura lineal controlada por un ACLS, la que es sometida a excitaciones sísmicas estocásticas de bajo contenido de frecuencia. Se estudia el comportamiento de la razón de frecuencias y coeficiente de pérdida de carga, óptimos, cuando se ingresa incertidumbre en parámetros del sistema. Los parámetros elegidos para introducirles incertidumbre fueron la razón de masa, la razón de longitud y el coeficiente de pérdida de carga. Se analiza la reducción del desplazamiento de la estructura, y el RMS del desplazamiento de la estructura. Se encuentra que cuando se ingresa incertidumbre en la razón de masa, y en la razón de longitud del ACLS, no produce variaciones en la eficiencia ni en el RMS de desplazamiento de la estructura. Sin embargo, una incertidumbre en el valor del periodo de la estructura produce grandes variaciones en la eficiencia y el RMS del desplazamiento de la estructura.

En general, muchos de los estudios anteriores son análisis estocásticos teóricos que tienen ciertas hipótesis como asumir un proceso gaussiano de estado estacionario. Por otra parte, en el proceso estocástico, se realiza una linealización estadística equivalente, dependiendo si existe algún tipo de no linealidad, ya sea de la estructura o del dispositivo.

En este caso, la obtención teórica de parámetros de diseño óptimos, para dispositivos como el ACLS, un dispositivo con comportamiento no lineal posee un error asociado. Es por eso que el objetivo de este artículo es realizar un estudio determinístico, a través de una simulación de Montecarlo, para una comprobación en el tiempo, a partir de un modelo no lineal, en su modelación inicial. Es decir, sin considerar estado estacionario, ni linealizaciones del modelo no lineal. Para esta investigación se analizará el modelo de Espinoza *et al.* (2018), debido a que este es doblemente no lineal. Es decir, la estructura principal posee no linealidad y también el dispositivo.



Metodología Modelo estructural

El modelo estructural está constituido por un sistema amortiguado de un grado de libertad con un comportamiento no lineal, descrito por el modelo histerético de Bouc-Wen, al cual se le ha adicionado un amortiguador de columna de líquido sintonizado (ACLS), tal como se observa en la Figura 1.

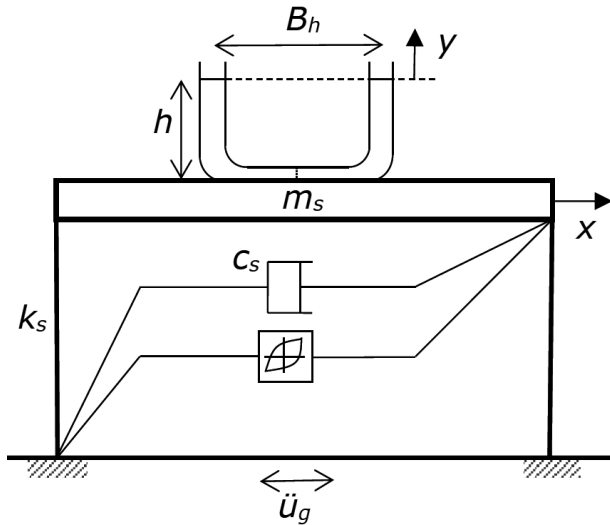


Figura 2: Modelo de estructura no lineal con ACLS

Donde c_s es el amortiguamiento del sistema principal, k_s es la rigidez del sistema principal, m_s representa la masa del sistema principal, B_h es la longitud horizontal del tubo, h corresponde a la altura de la columna de líquido, \ddot{u}_g es la aceleración del suelo; y es el desplazamiento del líquido dentro de la columna y x corresponde al desplazamiento de la estructura principal.

Ecuaciones del movimiento del ACLS

La ecuación del movimiento de un ACLS acoplado a una estructura de un grado de libertad sometido a una aceleración basal \ddot{u}_g se expresa como (Sakai *et al.*, 1989):

$$\rho A L_e \ddot{y} + \frac{1}{2} \rho A \xi |\dot{y}| \dot{y} + 2 \rho g A y = -\rho A B_h (\ddot{x} + \ddot{u}_g) \quad (1)$$

donde ρ es la densidad de líquido, A corresponde al área de la sección transversal, $L_e = 2h + B_h$, es la longitud total de la columna líquida, g es la aceleración de gravedad y ξ es el coeficiente de pérdida de carga. Además, $p = B_h/L_e$

corresponde a la razón de longitud. La frecuencia del líquido es $\omega_l = \sqrt{2g/L_e}$, la frecuencia del sistema es $\omega_s = 2\pi / T_s$, donde corresponde al período del sistema principal. A partir de estas frecuencias se obtiene $\gamma = \omega_l/\omega_s$ que corresponde a la razón de sintonía, y es uno de los parámetros de diseño del ACLS.

Ecuaciones del movimiento del sistema principal no lineal con ACLS

La ecuación del movimiento del sistema principal no lineal con un ACLS adicionado es:

$$(m_s + \rho A B_h + 2 \rho h A) \ddot{x} + c_s \dot{x} + \alpha_s k_s x + (1 - \alpha_s) z F_y = - (m_s + \rho A B_h + 2 \rho h A) \ddot{u}_g - \rho A B_h \ddot{y} \quad (2)$$

donde F_y es la fuerza de fluencia de la estructura, α_s es la razón entre la rigidez post fluencia (k_p) y la rigidez inicial elástica (k_o). Por su parte, z es la variable histerética adimensional del modelo Bouc-Wen (Figura 2), que satisface la siguiente ecuación diferencial de primer orden:

$$\dot{z} = \frac{1}{\Delta Y} (\dot{x} (\lambda - |z|^\eta (\beta + \gamma \operatorname{sgn}(z) \operatorname{sgn}(\dot{x})))) \quad (3)$$

Siendo γ y β parámetros adimensionales que regulan la forma del ciclo histerético, λ es el factor de escala general, η es el parámetro que controla la suavidad de la transición entre la región lineal y no lineal, y $\Delta Y = F_y/k_s$ es el desplazamiento producido por la fuerza de fluencia, también llamado desplazamiento de fluencia (Figura 2).

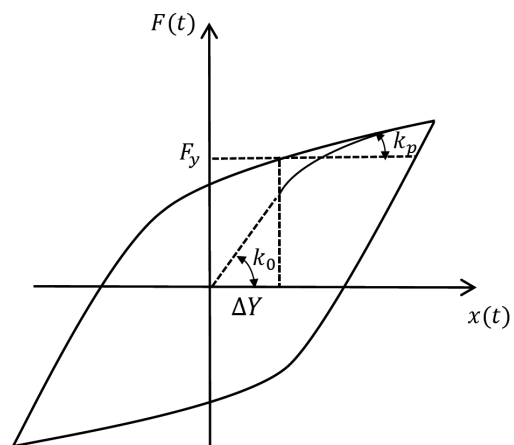
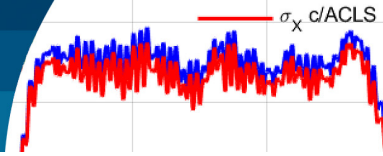


Figura 2: Modelo Bouc-Wen



El factor de reducción de resistencia por ductilidad, R_u , se define como:

$$R_u = \frac{f_{m\acute{a}x}^{el}}{F_y} \quad (4)$$

donde $f_{m\acute{a}x}^{el}$ corresponde a la fuerza elástica máxima. Sustituyendo con $m_l = \rho AB_h + 2\rho hA$ en la ecuación (2) y normalizando respecto a la masa, se tiene:

$$(1+\mu)\ddot{x} + 2\xi_s\omega_s\dot{x} + \alpha_s\omega_s^2x + \frac{(1+\alpha_s)}{m_s}zF_y = -(1+\mu)\ddot{u}_g - \mu p\ddot{y} \quad (5)$$

donde $\mu = \rho AL_e/m_s$ es la razón de masa entre el amortiguador y el sistema principal y ξ_m es la razón de amortiguamiento crítico del sistema principal.

Ecuaciones del movimiento del modelo

En resumen, las ecuaciones que gobiernan el sistema dinámico del modelo empleado, son las que se encuentran más abajo. Se observa que las ecuaciones (6) y (8) son de naturaleza no lineal, y la ecuación (7) depende de z , la variable adimensional del modelo histerético, que también es altamente no lineal. Se observa también que las ecuaciones (6) y (7) están acopladas, a través del grado de libertad x del sistema principal y el grado de libertad y y vertical del ACLS. Por otra parte, las ecuaciones (6) y (8) están acopladas a través del grado de libertad horizontal del sistema principal y de la variable histerética z .

$$\ddot{y} + \frac{1}{2l_e}\xi|\dot{y}|\dot{y} + \frac{2g}{l_e}y = -p(\ddot{x} + \ddot{u}_g) \quad (6)$$

$$(1+\mu)\ddot{x} + 2\xi_s\omega_s\dot{x} + \alpha_s\omega_s^2x + \frac{(1-\alpha_s)}{m_s}zF_y = -(1+\mu)\ddot{u}_g - \mu p\ddot{y} \quad (7)$$

$$\dot{z} = \frac{1}{\Delta y} \left(\dot{x}(\lambda - |z|^\eta(\beta + \gamma \operatorname{sgn}(z) \operatorname{sgn}(\dot{x}))) \right) \quad (8)$$

Formulación en espacio de estado

A continuación, se muestra la formulación en espacio de estado de las ecuaciones de equilibrio dinámico del modelo, esto es, de las ecuaciones (6), (7) y (8). La ecuación (9) es la ecuación de estado de la modelación dinámica.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}_u\ddot{u}_g + \mathbf{B}_{fml1}f_{nl1} + \mathbf{B}_{fml2}f_{nl2} \quad (9)$$

Donde \mathbf{x} (ecuación (10)) es el vector de estado, \mathbf{A} (ecuación (11)) es la matriz de estado, \mathbf{B}_u (ecuación (12)) es el vector de colocación del input, \mathbf{B}_{fml1} (ecuación (13)) es el vector de colocación de la fuerza no lineal, correspondiente al sistema principal, y \mathbf{B}_{fml2} (ecuación (14)) es el vector de colocación de la fuerza no lineal, correspondiente al ACLS. Las ecuaciones antes mencionadas se presentan a continuación:

$$\mathbf{X} = \{y \quad x \quad \dot{y} \quad \dot{x} \quad z\}^T \quad (10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-2g(1+\mu)}{l_e\mu p^2 - (1+\mu)} & \frac{-p\omega_s^2\alpha_s}{\mu p^2 - (1+\mu)} & 0 & \frac{-2p\omega_s\xi_s}{\mu p^2 - (1+\mu)} & \frac{-pF_y(\alpha-1)}{m_s\mu p^2 - (1+\mu)} \\ \frac{2g\mu p}{l_e\mu p^2 - (1+\mu)} & \frac{\alpha_s\omega_s^2}{\mu p^2 - (1+\mu)} & 0 & \frac{2\xi_s\omega_s}{\mu p^2 - (1+\mu)} & \frac{F_y(\alpha-1)}{m_s\mu p^2 - (1+\mu)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{B}_u = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0\}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{B}_{fml1} = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\}^T \quad (13)$$

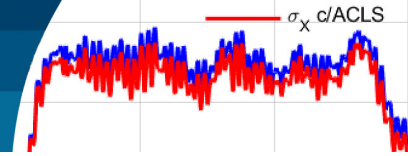
$$\mathbf{B}_{fml2} = \left\{ 0 \quad 0 \quad \frac{\xi(1+\mu)}{2l_e\mu p^2 - (1+\mu)} \quad \frac{-p\mu\xi}{2l_e\mu p^2 - (1+\mu)} \quad 0 \right\}^T \quad (14)$$

donde μ es la razón de masa, ρ es la razón de longitud, L_e es la longitud total del tubo del ACLS, ξ_s es la razón de amortiguamiento crítico del sistema principal, ω_s es la frecuencia del sistema principal, α_s es la razón entre las rigideces k_p y k_0 , m_s es la masa del sistema principal, F_y es la fuerza de fluencia de la estructura y ξ es el coeficiente de pérdida de carga en el ACLS.

Excitación sísmica

La excitación sísmica será de alto contenido de frecuencias. Para ello, se generarán n registros artificiales compatibles con el espectro de la normativa chilena NCh2745 (2013) para un suelo tipo B y zona sísmica 2, que corresponde a la ciudad de Santiago, Chile. La elección del tipo de suelo se debe a que es el más común en esa urbe.

Un sismo o registro artificial es aquel que al generar su espectro de diseño es compatible o asociado a uno ya definido de antemano, por ejemplo, un espectro de una norma. Se pueden generar, en teoría, infinitos sismos compatibles con un mismo espectro de diseño y así todos tendrán las mismas características, principalmente, el



contenido de frecuencias (Figura 3). En donde el espectro objetivo es el de la NCh2745 (2013), y el espectro calculado es el obtenido del sismo artificial compatible.

Estos registros artificiales generados del espectro de la norma chilena tienen la característica de ser de alto contenido de frecuencias, debido a que los sismos chilenos, por su naturaleza subductiva, son de ancho de banda amplio.

En esta investigación los parámetros de generación de los sismos artificiales son:

- Duración del registro: 60 s
- Paso de tiempo (dt): 0.02 s
- Tiempo inicial del movimiento fuerte: $t_1 = 4$ s
- Tiempo final del movimiento fuerte: $t_2 = 53$ s
- Parámetros de curvatura para llegar al movimiento fuerte desde el reposo y bajar del movimiento fuerte hasta el reposo: $c = 0.3$

En la Figura 3 se muestra un ejemplo de un sismo artificial generado, compatible con la norma NCh2745 (2013), con los parámetros indicados anteriormente.

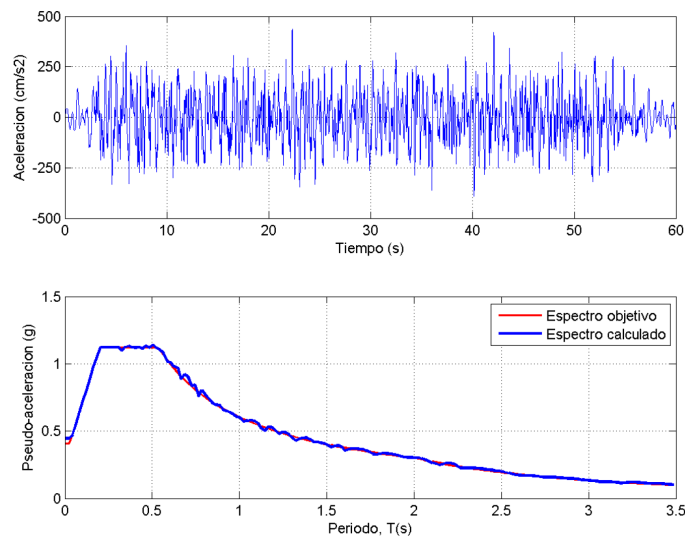


Figura 3: Sismo artificial compatible con el espectro de la norma NCh2745 (2013)

Energía histerética

El comportamiento dinámico de una estructura, cuando posee no linealidad, se debe analizar a través del cálculo

de la energía histerética y del desplazamiento alcanzado por el sistema principal. Esto es debido a que, cuando una estructura supera el nivel de fluencia, es decir, entra al rango no lineal, se produce un daño estructural provocado por una degradación de rigidez. Por ello, las investigaciones sobre la eficiencia de dispositivos utilizados en el control de estructuras no lineales (como Sgobba *et al.*, 2010), deben obtener las reducciones alcanzadas por las estructuras, tanto desde el punto de vista de los desplazamientos como de la energía histerética.

La ecuación de balance de energía, obtenida a partir de la ecuación de movimiento, de un modelo estructural no lineal sometido a un movimiento sísmico \ddot{u}_g es:

$$e_h(t) = e_i(t) - e_a(t) - e_e(t) - e_{inp}(t) - e_{nl_ACLS}(t) \quad (15)$$

Sabiendo que:

$$e_i(t) = \int_0^t (1 + \mu) \dot{x} \dot{x} dt \quad (16)$$

$$e_a(t) = \int_0^t 2 \xi_s \omega_s \dot{x}^2 dt \quad (17)$$

$$e_e(t) = \int_0^t \alpha_s \omega_s^2 x \dot{x} dt \quad (18)$$

$$e_{inp}(t) = \int_0^t (1 + \mu) \ddot{u}_g \dot{x} dt \quad (19)$$

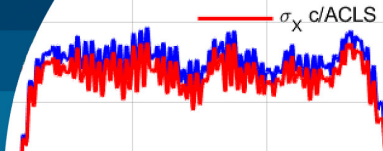
$$e_{nl_ACLS}(t) = \int_0^t \mu p \dot{y} \dot{x} dt \quad (20)$$

donde $e_i(t)$ representa la energía cinética en el tiempo, $e_a(t)$ la energía disipada por amortiguamiento en el tiempo, $e_h(t)$ es la energía histerética disipada en el tiempo, $e_e(t)$ corresponde a la energía elástica en el tiempo, $e_{inp}(t)$ es la energía del input sísmico en el tiempo y $e_{nl_ACLS}(t)$ es la energía no lineal del ACLS. En particular, el término de energía histerética disipada puede ser calculada como:

$$e_h(t) = \int_0^t \frac{(1 - \alpha_s)}{m_s} z F_y \dot{x} dt \quad (21)$$

Procedimiento de cálculo

La simulación de Montecarlo que se realizó en este estudio, corresponde al cálculo en cada instante de tiempo,



de la desviación estándar de simulaciones (Figura 4). Cada simulación corresponde a la respuesta del modelo, representado en la Figura 1, con un ACLS óptimo, solicitado por un sismo artificial compatible con un espectro con características de un ancho de banda determinado. Las propiedades de la estructura y del dispositivo son las mismas, cambiando sólo el input.

Las desviaciones estándar de la respuesta del proceso realizado, representa a las desviaciones estándar de los desplazamientos de la estructura con/sin el ACLS o energía histerética, del estado permanente. Es importante hacer notar que la energía histerética es instantánea, para cada tiempo. No es la evolución en el tiempo.

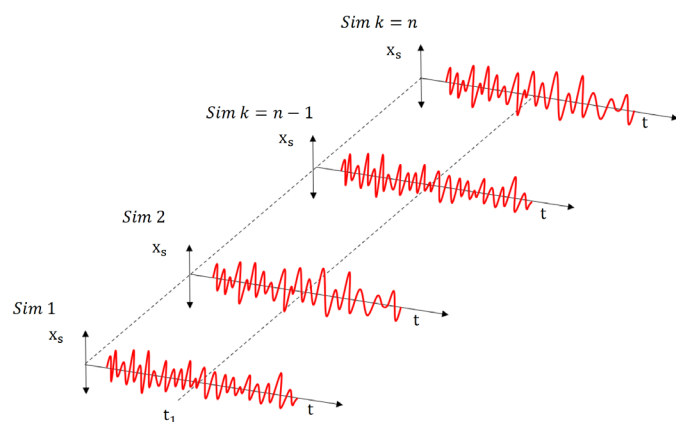


Figura 4: Representación gráfica de la Simulación de Montecarlo

Se realizó una cantidad suficiente de simulaciones, con el fin de obtener dos resultados de importancia en cada uno de los procesos. Éstos son: las reducciones de las desviaciones estándar de desplazamiento de la estructura y la reducción de energía histerética de la estructura, caso para el cual la estructura se consideró como no lineal.

El número total de simulaciones realizadas es 5200, de las cuales la mitad se realizaron para la simulación de sismos de alto contenido de frecuencia con un periodo natural de la estructura $T_s = 2$ s, y la mitad para sismos de alto contenido de frecuencia con un periodo natural de la estructura $T_s = 2.5$ s.

Los parámetros óptimos utilizados fueron obtenidos de Espinoza *et al.* (2018). Este estudio considera un modelo que consiste en una estructura principal no lineal, caracterizada a través del modelo histerético de Bouc Wen,

más un ACLS adicionado. Los parámetros óptimos de este artículo fueron obtenidos a través de un análisis estocástico estacionario, para lo cual se realizó una linealización estadística equivalente, de la estructura principal y del ACLS.

El estudio de Espinoza *et al.* (2018) considera tres funcionales de optimización para encontrar los parámetros óptimos del ACLS. El primero consiste en la minimización de la desviación estándar de desplazamiento del sistema estructural, el segundo funcional consiste en la minimización de la energía histerética y el tercero correspondiente a la minimización de un ponderado entre un medio del cociente entre la desviación estándar de desplazamientos con y sin ACLS más el cociente entre la energía histerética con y sin ACLS.

Procedimiento de optimización de Espinoza *et al.* (2018)

En dicha investigación se propusieron tres problemas de optimización a resolver, que corresponden a problemas de MIN-MAX. Se requiere determinar la razón de sintonía óptima (γ_{opt}), definida como la razón entre la frecuencia óptima del ACLS, con respecto a la frecuencia del sistema principal, y el coeficiente de pérdida de carga óptimo (ξ_{opt}) del sistema con ACLS, asumiendo valores conocidos para los demás parámetros. La función objetivo indica el funcional propuesto en esta investigación para hallar los parámetros óptimos del ACLS.

Criterio 1. Reducción de desplazamiento

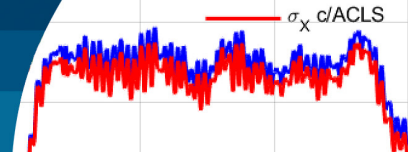
La primera función objetivo establecida corresponde a la reducción del desplazamiento del sistema principal, la forma tradicional de evaluar la efectividad del ACLS. Se calcula como:

$$\text{Minimizar: } J(\gamma, \xi) = \text{Min}(\sigma_x) \quad (22)$$

Criterio 2. Reducción de Energía Histerética

La segunda función objetivo corresponde a la reducción de la energía disipada por el sistema a través del daño interno que sufre éste. Puede ser representada como:

$$\text{Minimizar: } J(\gamma, \xi) = \text{Min}(e_h) \quad (23)$$



Criterio 3. Reducción de un Ponderado

La tercera función objetivo corresponde a un ponderado entre la primera y segunda función. Para ello se procede a normalizar el desplazamiento y la energía histerética por el valor de estas para la condición inicial, σ_x^* y e_h^* , respectivamente.

$$\text{Minimizar: } J(\gamma, \xi) = \text{Min} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_x^*} + \frac{e_h}{e_h^*} \right) \right) \quad (24)$$

Las tres funciones objetivo presentadas están sujetas a la restricción que tiene el desplazamiento máximo del líquido dentro del recipiente. Ésta puede ser expresada como:

$$h - c\sigma_y \geq 0 \quad (25)$$

Procedimiento de comprobación de los parámetros óptimos

En esta investigación se realizó una comprobación de la respuesta en el tiempo, a través de la generación de sismos artificiales, con características de alto contenido de frecuencia. Para ello se utilizaron los parámetros óptimos, de razón de sintonía y coeficiente de pérdida de carga, para los tres criterios de optimización ya mencionados. Para cada uno de estos criterios, Espinoza *et al.* (2018) obtuvieron las reducciones de desplazamiento y energía histerética utilizando teoría de vibraciones aleatorias, con linealización estadística equivalente, para la no linealidad de la estructura y del dispositivo.

Para realizar la comprobación se realizó una simulación de Montecarlo (SMC) para 2600 simulaciones, tanto para la estructura con ACLS, como sin ACLS. Con estas se obtuvo, la reducción de desplazamiento y energía histerética de la estructura. Las expresiones utilizadas para el cálculo de reducciones son

$$R_d = \left(1 - \frac{\sigma_x}{\sigma_x^*} \right) \cdot 100 \quad (26)$$

$$R_e = \left(1 - \frac{e_h}{e_h^*} \right) \cdot 100 \quad (27)$$

Estas reducciones son de tipo porcentuales, es decir, a medida que aumenta el valor, la reducción es mayor y por tanto el ACLS es más eficiente. Para cada uno de los

casos mencionados anteriormente, se analizaron seis casos distintos, una SMC de 200, 450, 800, 1250, 1850 y 2600 simulaciones para cada funcional. Cada uno de estos casos, se analizó una estructura con un periodo desacoplado $T_s = 2.0$ s y $T_s = 2.5$ s, representando una estructura más rígida y una más flexible, respectivamente.

Resultados

En las Figuras 5 a 8 se muestran los resultados para un periodo de la estructura principal $T_s = 2$ s en función del tiempo. Como se mencionó anteriormente, la excitación sísmica tuvo una duración de 60 s. La línea azul corresponde a la desviación estándar de desplazamiento de la estructura sin ACLS, y la línea roja, la estructura controlada por un ACLS óptimo, cuyos parámetros de diseño, fueron obtenidos del trabajo de Espinoza *et al.* (2008).

Las Figuras 5 y 6 muestran las SMC de desplazamiento (Criterio 1) para 200 y 2600 simulaciones, con el objetivo de observar de la convergencia en los resultados, que se produce al aumentar el número de simulaciones. En ambas, la línea roja está por debajo de la línea azul, lo que significa que existe una reducción de desplazamiento del sistema principal, aunque a mayor cantidad de simulaciones se observa una mayor convergencia. Al ser una mayor cantidad de simulaciones, los resultados son más confiables. En las dos figuras se muestran las reducciones tanto del trabajo de Espinoza *et al.* (2018), mencionado como estocástico, y el obtenido de la SMC, llamado como simulación. Ambas

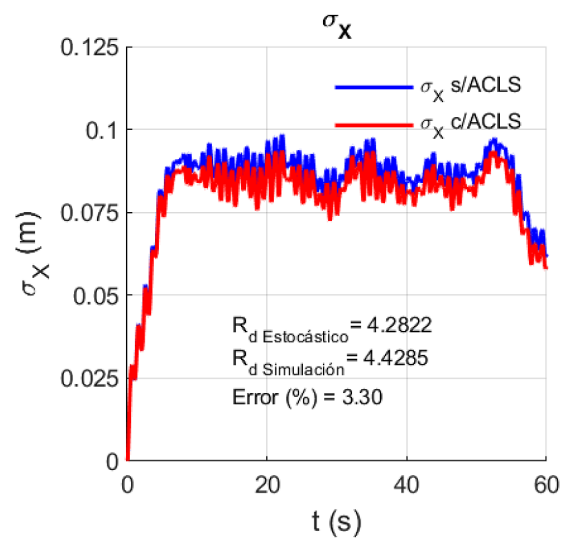


Figura 5: Desviación estándar del desplazamiento de la estructura, obtenida con el Criterio 1, $\min(\sigma_x)$ y $n = 200$

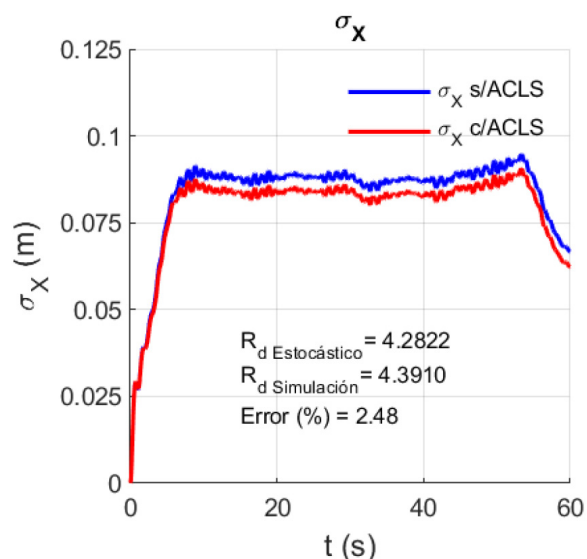
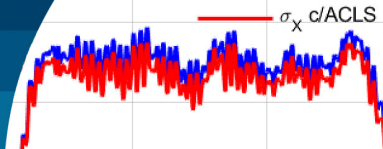


Figura 6: Desviación estándar del desplazamiento de la estructura, obtenida con el Criterio 1, $\min(\sigma_x)$ y $n = 2600$

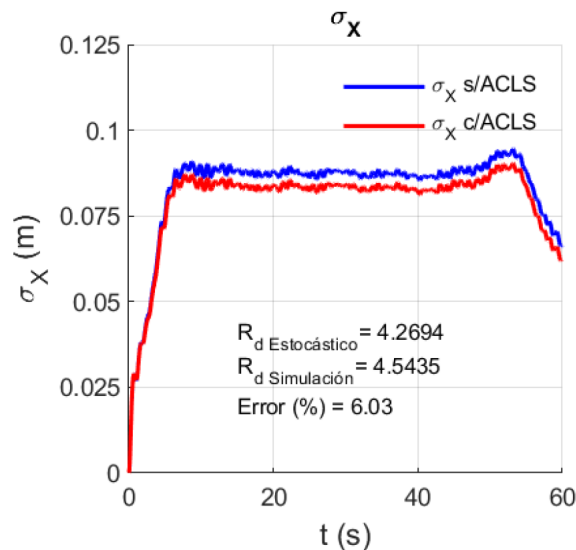


Figura 8: Desviación estándar del desplazamiento de la estructura, obtenida con el Criterio 3, $\min(\text{Ponderado})$ y $n = 2600$

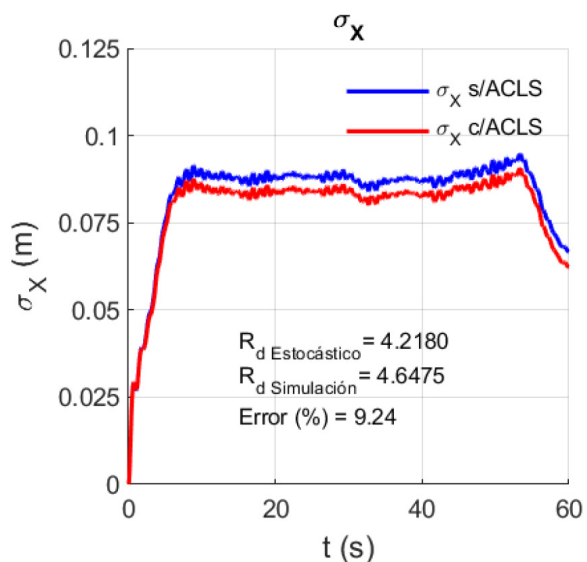


Figura 7: Desviación estándar del desplazamiento de la estructura, obtenida con el Criterio 2, (e_h) y $n = 2600$

reducciones fueron calculadas en el rango estacionario, o meseta, que va entre 5 a 50 s, aproximadamente. Debajo de las reducciones se muestra el error porcentual, entre los dos valores. Se observa un menor error porcentual en la estimación de reducción de desplazamiento con mayor cantidad de simulaciones.

Las Figuras 7 y 8 corresponden a los resultados para 2600 simulaciones, para el Criterio 2 y Criterio 3, respectivamente. Se observa un menor error porcentual en la estimación de reducción de desplazamiento, que de energía histerética. Es importante considerar que en

el estudio estocástico se asume un estado estacionario en todo el rango de tiempo. Por otra parte, se realiza una linealización estadística equivalente, tanto para la no linealidad de la estructura principal, y la no linealidad de ACLS. En cambio, la SMC considera las no linealidades del modelo directamente, integrando las ecuaciones no lineales directamente.

La Tabla 1 entrega los parámetros de diseño del ACLS, γ_{opt} y ξ_{opt} , razón de sintonía y coeficiente de pérdida de carga, para cada uno de los criterios de optimización de la investigación de Espinoza *et al.* (2018).

Tabla 1: Parámetros óptimos de diseño del ACLS para cada funcional

T_s, s	P. óptimos	Min(σ_x) Criterio 1	Min(e_h) Criterio 2	Min(ponderado) Criterio 3
2.0	γ_{opt}	0.8509	0.8809	0.8640
	ξ_{opt}	6.9180	7.7378	7.2858
2.5	γ_{opt}	0.9181	0.9472	0.9276
	ξ_{opt}	4.5008	4.9474	4.6285

En la Tabla 2 se encuentran los resultados de la SMC, para el Criterio 1, $\text{Min}(\sigma_x)$, para un periodo de 2.0 s. En la primera columna se encuentran la cantidad de simulaciones, las que van creciendo hasta alcanzar las 2600 simulaciones. La segunda y quinta columna, muestran la reducción teórica de desviación estándar de desplazamientos y energía histerética, respectivamente, entregadas por la investigación de Espinoza *et al.* (2018).

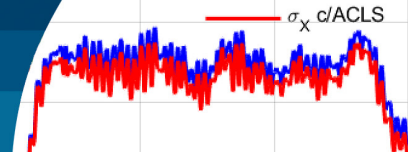


Tabla 2: Resultados obtenidos de la reducción de σ_x y e_h con error asociado para el caso $\min(\sigma_x)$ y $T_s = 2.0$ s

Nº de simulaciones	Reducción σ_x teórica	Reducción σ_x calculada	Error, %	Reducción e_h teórica	Reducción e_h calculada	Error, %
200	4.2822	4.4285	3.30	3.9418	3.9405	- 0.03
450		4.4136	2.98		3.9001	- 1.07
800		4.3708	2.03		3.8537	- 2.29
1250		4.3919	2.50		3.8735	- 1.76
1850		4.3810	2.26		3.8593	- 2.14
2600		4.3910	2.48		3.8667	- 1.94

La tercera y sexta columna, entregan las reducciones calculadas por SMC, considerando los parámetros óptimos teóricos para el ACLS entregados en la investigación de Espinoza *et al.* (2018). Por último, la cuarta y séptima columna, contienen el error porcentual entre el valor teórico y de SMC, para las reducciones con respecto al desplazamiento y energía histerética, respectivamente.

Se observa que los errores entregados para ambos métodos, no superan el 3.3% en magnitud, lo que se considera un buen resultado. Por otra parte, los errores asociados a la desviación estándar de desplazamiento en general son mayores a los errores correspondientes a la energía histerética. No existe una tendencia clara hacia un valor de convergencia a medida que aumenta el número de iteraciones, pero también se debe considerar, que la SMC considera las no linealidades en forma directa, lo que lleva asociado una pequeña imprecisión numérica. Esto se debe a que el ajuste de un integrador numérico ideal, totalmente preciso para el cálculo de la respuesta de sistemas con comportamiento no lineal, para las n simulaciones de la SMC, es muy difícil de lograr, lo que lleva a una pérdida en la precisión, estabilidad, convergencia, desviación en periodo del método numérico y amortiguamiento algorítmico. El tema de precisión de métodos numéricos para la integración de ecuaciones diferenciales no lineales constituye todo un campo de investigación, el cual no es motivo de investigación, en este estudio.

En la Tabla 3 se muestra los mismos resultados de la Tabla 2, pero considerando un periodo de 2.5 s. Se observa que existe una mayor diferencia entre el valor teórico y la SMC, para el caso de los desplazamientos, por sobre el error que muestra para la energía histerética, al igual

que lo mostrado para un periodo de 2 s. Por otra parte, se observa una mayor convergencia hacia un valor con respecto a la Tabla 2 ($T_s = 2.5$ s). Es importante notar que los errores mantienen una magnitud bastante uniforme, lo que muestra claramente la precisión en los resultados teóricos, con respecto a los reales.

Tabla 3: Resultados obtenidos de la reducción de σ_x y e_h con error asociado para el caso $\min(\sigma_x)$ y $T_s = 2.5$ s

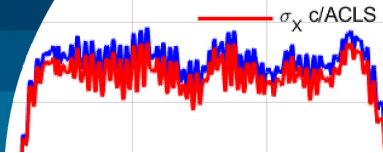
Nº de simulaciones	Reducción σ_x teórica	Reducción σ_x calculada	Error, %	Reducción e_h teórica	Reducción e_h calculada	Error, %
200	5.4913	5.2818	- 3.97	4.3878	3.8673	-13.46
450		5.4860	- 0.10		4.0074	- 9.49
800		5.4579	- 0.61		4.0026	- 9.62
1250		5.4837	- 0.14		4.0175	- 9.22
1850		5.5360	0.81		4.0565	- 8.17
2600		5.5289	0.68		4.0494	- 8.36

La Tabla 4 entrega la misma información que la Tabla 2, pero considerando el criterio 2, es decir, de la minimización de la energía histerética $\text{Min}(e_h)$, para un periodo de 2 s ($T_s = 2.0$ s). Al contrastar ambos criterios se observa que los errores porcentuales entre las reducciones teóricas y con SMC son mayores, tanto para la desviación estándar de desplazamiento, como para la energía histerética. En este caso, sí se observa una convergencia a un valor, a diferencia del criterio 1.

Tabla 4: Resultados obtenidos de la reducción de σ_x y e_h con error asociado para el caso $\min(e_h)$ y $T_s = 2.0$ s

Nº de simulaciones	Reducción σ_x teórica	Reducción σ_x calculada	Error, %	Reducción e_h teórica	Reducción e_h calculada	Error, %
200	4.2180	4.6491	9.27	3.9941	4.2913	6.92
450		4.6872	10.01		4.2893	6.88
800		4.6355	9.01		4.2477	5.97
1250		4.6453	9.20		4.2594	6.23
1850		4.6445	9.18		4.2663	6.38
2600		4.6475	9.24		4.2690	6.44

La Tabla 5 muestra los mismos resultados que la Tabla 4, considerando el criterio 2, pero considerando un periodo de 2.5 s para la estructura principal. Se observa que los resultados entregados muestran un aumento del error de las reducciones teórica y por SMC, para la desviación estándar de los desplazamientos de la estructura principal. Existe también una tendencia hacia la convergencia, tanto para los desplazamientos, como para la energía histerética. Además, se observa que, a medida que aumenta el número de simulaciones, el error asociado a cada una de las



reducciones tiende a ser menor.

En la Tabla 6 el criterio utilizado en la obtención de los parámetros óptimos es el criterio 3, es decir, la minimización de un ponderado entre la reducción de desplazamiento y la reducción de energía histerética, con un periodo de 2.0 s. El periodo considerado para la estructura es 2.0 s, igual que en el caso anterior, con el objetivo de hacer una comparación de estructuras de igual flexibilidad, mismo modelo estructural. Se observa que existe claramente una convergencia hacia un valor, tanto para los desplazamientos, como para la energía histerética. Con respecto al criterio 2, para un mismo periodo (Tabla 4) se observa un mayor error, tanto para los desplazamientos, como para la energía histerética. Pero para esta última, los errores son muy inferiores. Con respecto al criterio 1, para un periodo de 2 s (Tabla 2) los valores obtenidos con el criterio 3 son levemente mayores.

Tabla 5: Resultados obtenidos de la reducción de σ_x y e_h con error asociado para el caso $\min(e_h)$ y $T_s = 2.5$ s

Nº de simulaciones	Reducción σ_x teórica	Reducción σ_x calculada	Error, %	Reducción e_h teórica	Reducción e_h calculada	Error, %
200	5.3951	5.6439	4.41	4.4431	4.3251	- 2.73
450		5.6372	4.30		4.2735	- 3.97
800		5.5832	3.37		4.2542	- 4.44
1250		5.5772	3.27		4.2536	- 4.45
1850		5.5954	3.58		4.2668	- 4.13
2600		5.5992	3.65		4.2655	- 4.16

Tabla 6: Resultados obtenidos de la reducción de σ_x y e_h con error asociado para el caso $\min(\text{Ponderado})$ y $T_s = 2.0$ s

Nº de simulaciones	Reducción σ_x teórica	Reducción σ_x calculada	Error, %	Reducción e_h teórica	Reducción e_h calculada	Error, %
200	4.2694	4.4536	4.14	3.9785	3.9698	- 0.22
450		4.4957	5.03		4.0110	0.81
800		4.5013	5.15		4.0255	1.17
1250		4.5134	5.41		4.0430	1.60
1850		4.5317	5.79		4.0638	2.10
2600		4.5435	6.03		4.0837	2.58

En la Tabla 7 se muestran los resultados para el criterio 3, para un periodo de 2.5 s. Se observa que los errores, para desplazamiento, son levemente menores que los del criterio 2, pero mayores que el criterio 1. Los errores entre las reducciones de energía histerética, son menores que las del criterio 1, pero mayores a los del criterio 2. Con respecto al mismo criterio, pero con un periodo de

la estructura principal de 2 s, se observa un menor error, para la reducción de desplazamiento. Sin embargo, el error asociado a las reducciones de energía histerética, es mayor.

Tabla 7: Resultados obtenidos de la reducción de σ_x y e_h con error asociado para el caso $\min(\text{Ponderado})$ y $T_s = 2.5$ s

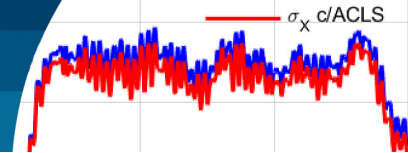
Nº de simulaciones	Reducción σ_x teórica	Reducción σ_x calculada	Error, %	Reducción e_h teórica	Reducción e_h calculada	Error, %
200	5.4854	5.3675	- 2.20	4.4251	3.9264	- 12.70
450		5.6039	2.11		4.1956	- 5.47
800		5.6730	3.31		4.2291	- 4.63
1250		5.7055	3.86		4.2490	- 4.14
1850		5.6727	3.30		4.2357	- 4.47
2600		5.6542	2.98		4.2161	- 4.96

La Figura 9 muestra los errores porcentuales de reducción de desviación estándar de desplazamiento, con respecto al número de simulaciones. La línea azul corresponde al criterio 1, de minimización de la desviación estándar, la línea roja corresponde al criterio 2, de minimización de la energía histerética, y la línea verde corresponde al criterio 3, de minimización de un ponderado entre la reducción de desplazamiento y de energía histerética. Se observa que los errores correspondientes a una estructura más rígida ($T_s = 2.0$ s), son mayores a los de una más flexible ($T_s = 2.5$ s). Los mayores errores se producen para el criterio 2 y los menores para el criterio 1, independiente del periodo de la estructura. Es importante notar que el criterio 1, corresponde a la minimización de la desviación estándar de desplazamiento.

Por otra parte, el criterio 3 no converge a un valor, independiente del periodo de la estructura principal. Sin embargo, para $T_s = 2.0$ s, los criterios 1 y 2 convergen a un valor para un número menor de simulaciones (1400), mientras que para $T_s = 2.5$ s, convergen para un número mayor de simulaciones (1800).

Además, para un número menor de simulaciones, inferior a 400 simulaciones, los errores del criterio 1, para $T_s = 2.5$ s, resultan negativos. Esto significa que el valor obtenido, a través de la SMC, es menor al teórico.

Finalmente, se observa que los valores de los errores a los que convergen, se pueden considerar como el grado de imprecisión del valor teórico, debido a sus hipótesis de base en su cálculo, por ejemplo, considerar un estado estacionario, y una linealización estadística equivalente,



para la no linealidad de la estructura principal y la no linealidad del ACLS.

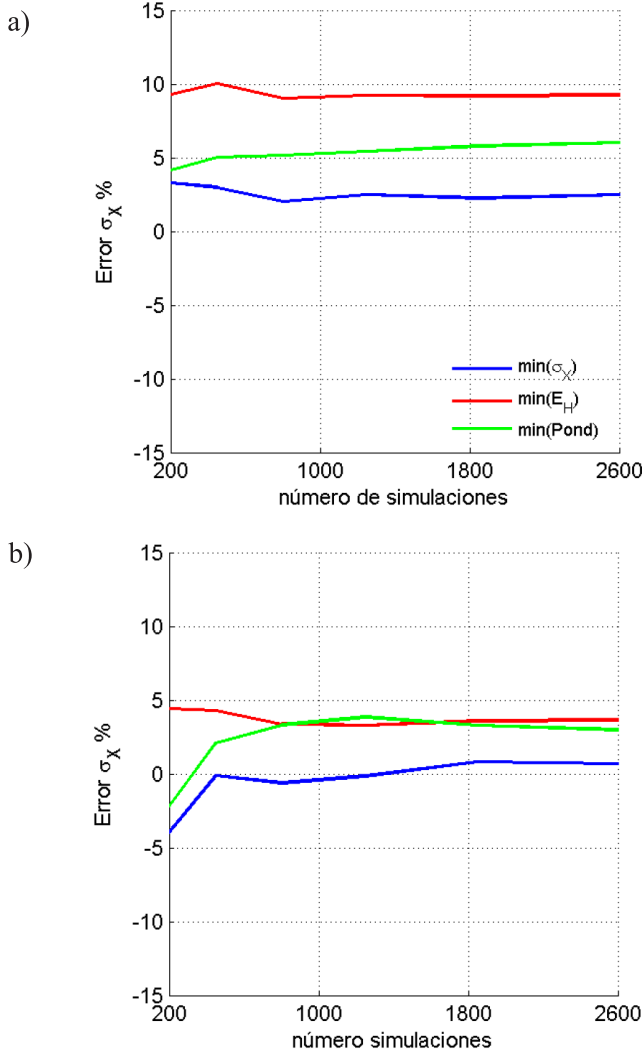


Figura 9: Errores asociados los valores de la SMC para el caso de la reducción de (σ_x) , a) $T_s = 2.0$ s y b) $T_s = 2.5$ s

La Figura 10 muestra los errores porcentuales de reducción de energía histerética en función del número de simulaciones. Las líneas azul, roja y verde corresponden a los criterios 1, 2 y 3, respectivamente. Se observa que el error de energía histerética, para $T_s = 2$ s, es mayor al caso de reducción de desplazamiento, para el mismo periodo y para todos los criterios. Se observa también que en el caso del criterio 1, los errores porcentuales de reducción de energía histerética resultan negativos, es decir, los valores obtenidos por la SMC son menores a los teóricos.

Esto significa que la eficiencia del ACLS, en el control de

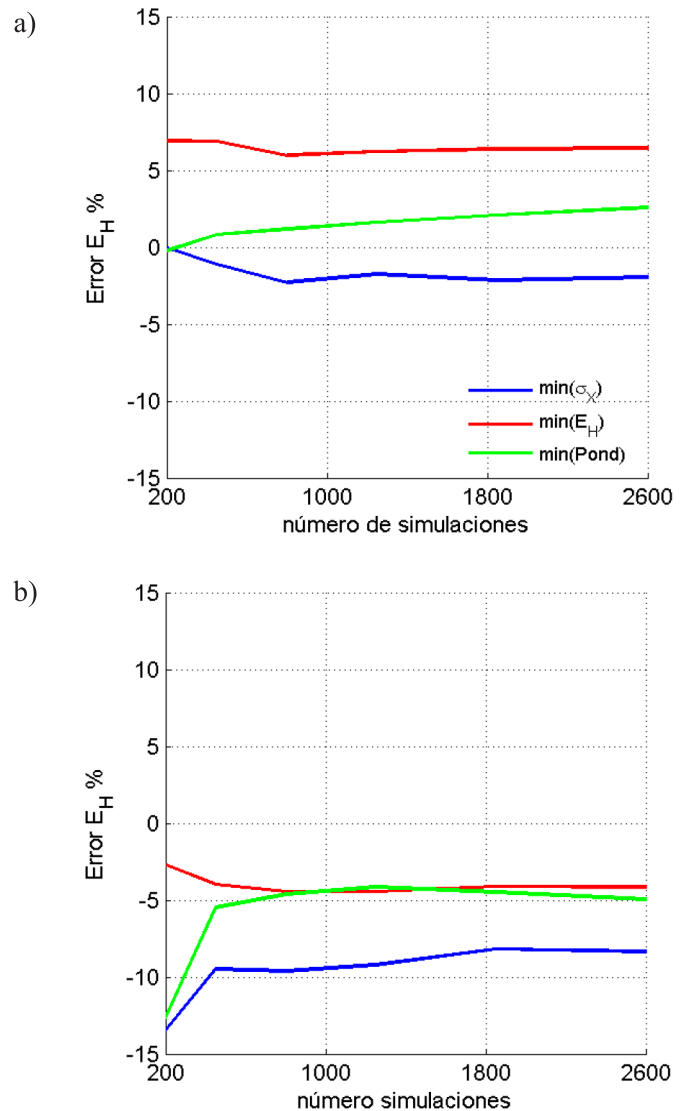
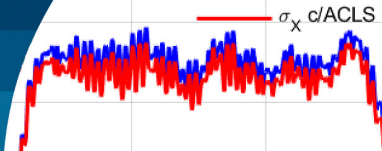


Figura 10: Errores asociados a los valores de la SMC para el caso de la reducción de e_h , a) $T_s = 2.0$ s y b) $T_s = 2.5$ s

energía histerética, es sobrevalorada si se asume el valor teórico de la reducción.

En el caso de una estructura de 2.5 s se produce un cambio en el comportamiento del error porcentual de la e_h , intercambiándose el comportamiento entre el criterio 1 y 2. Se observa que en caso del criterio 3, no converge a un valor. En cambio, los criterios 1 y 2, convergen a las 1800 simulaciones. Se observa que los errores mayores, se producen para el criterio 1, y los menores errores corresponden al criterio 2 y 3. Por otra parte, se observa que para un periodo de 2.5 s, todos los errores porcentuales son negativos, lo que significa que para este periodo la



reducción de e_h , obtenida a través de un análisis teórico, es mayor al real. Esto implica que, si solo se considera el valor teórico, se sobreestima la eficiencia de reducción de e_h del ACLS.

Conclusiones

Los resultados obtenidos a través de la simulación de Montecarlo son sensibles al número de simulaciones consideradas. Los errores convergen al alcanzar 1400 simulaciones, para un periodo de 2.0 s, y a las 1800 simulaciones, para un periodo de 2.5 s. Existe una correspondencia entre el funcional 1 de $[\min(\sigma_x)]$, y el menor error porcentual de desplazamiento, independiente del periodo considerado. El mayor error porcentual de la reducción de desplazamiento se produce para el criterio 2, relacionado con el control de la energía histerética, independiente del periodo de la estructura. El criterio 3, que combina los otros dos criterios, no converge a un error para ningún criterio, ni para ningún periodo. Los errores porcentuales de reducción de energía histerética, son menores que los de desplazamiento, para un periodo de 2 s.

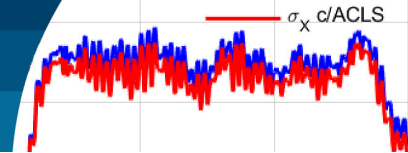
Las reducciones obtenidas para la energía histerética de un análisis teórico, sobrestiman la eficiencia del ACLS, para el criterio 1 con un periodo de la estructura principal y para todos los criterios, para un periodo de 2.5 s. Los errores se consideran aceptables, menores al 10%, ya que en la teoría de vibraciones estocásticas se emplea un proceso estacionario y una linealización estadística equivalente de la no linealidad de la estructura y del dispositivo. Para los dos periodos estudiados, la mayor diferencia entre la estimación teórica y de simulación de Montecarlo de desplazamientos máximos, se produce para el criterio 2 y la menor para el criterio 1. En cuanto a la reducción de energía histerética, se repite ese comportamiento para un periodo de 2.0 s, pero se observa lo inverso para el periodo de 2.5 s.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo de la Universidad del Bío-Bío, a través del Proyecto Regular de Investigación DIUBB 2260531 IF/R.

Referencias

- Di Matteo, A., Lo Iacono, F., Navarra, G. and Pirrotta, A. (2015). Innovative modeling of Tuned Liquid Column Damper motion. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **23**(1–3), 229–244
- Di Matteo, A., Lo Iacono, F., Navarra, G. and Pirrotta, A. (2014). Experimental validation of a direct pre-design formula for TLCD. *Engineering Structures* **75**, 528–538
- Esteve, L. and Ruiz, S.E. (1997). Discussion on Stochastic seismic performance evaluation of tuned liquid column dampers. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* **26**(8), 875–876
- Espinoza, G., Carrillo, C. and Suazo, A. (2018). Analysis of a tuned liquid column damper in non-linear structures subjected to seismic excitations. *Latin American Journal of Solids and Structures* **15**(7), e91
- Espinoza, G., Quinteros, C. Gajardo, K. Suazo y A. Quijada, S. (2021a). Eficiencia de un amortiguador de columna de líquido sintonizado considerando una excitación sísmica de bajo contenido de frecuencias e incertidumbre. *Obras y Proyectos* **29**, 54–66
- Espinoza, G., Saavedra J., Gajardo, K., Suazo, A. y Cifuentes, C. (2021b). Eficiencia de un amortiguador de columna de líquido considerando una excitación sísmica de alto contenido de frecuencias e incertidumbre. *Obras y Proyectos* **29**, 67–79
- Fu, C. (2017). Transforming Method of TLCD-structure to TMD-structure for Vibration Control. *KSCE Journal of Civil Engineering* **22**(4), 1384–1393
- Furtmüller, T., Di Matteo, A., Adam, C. and Pirrotta, A. (2019). Base-isolated structure equipped with tuned liquid column damper: An experimental study. *Mechanical Systems and Signal Processing* **116**, 816–831
- Ghosh, A. and Basu, B. (2007). Alternative approach to optimal tuning parameter of liquid damper for seismic applications. *Journal of Structural Engineering* **133**(12), 1848–1852
- Lee, S.K., Lee, H.R. and Min, K.W. (2012). Experimental verification on nonlinear dynamic characteristic of a tuned liquid column damper subjected to various excitation amplitudes. *The Structural Design of Tall and Special Buildings* **21**, 374–388



Mohebibi, M., Dabbagh, H.R. and Shakeri, K. (2015). Optimal design of multiple tuned liquid column dampers for seismic vibration control of MDOF structures. *Periodica Polytechnica Civil Engineering* 59(4), 543-558

NCh2745 (2013). Análisis y diseño de edificios con aislación sísmica. Instituto Nacional de Normalización INN, Santiago, Chile

Sakai, F., Takaeda, S. and Tamaki, T. (1989). Tuned liquid column damper-new type device for suppression of building vibration. *International Conference on High-Rise Buildings*, Nanjing, China, 926–931

Sgobba, M. and Marano, G.C. (2010). Optimum design of linear tuned mass dampers for structures with nonlinear behavior. *Mechanical Systems and Signal Processing* 24(6), 1739-175

Won, A.Y.J., Pires, J.A. and Haroun, M.A. (1996). Stochastic seismic performance evaluation of tuned liquid column dampers. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 25(11), 1259-1274

Wu, J.C., Cheng, H.C. and Lin Y.Y. (2009). Optimal designs for non-uniform tuned liquid column dampers in horizontal motion. *Journal of Sound and Vibration* 326(1-2), 104-122

Xu, Y.L., Kwok, K.C.S. and Samali, B. (1992). The effect of tuned mass dampers and liquid dampers on cross-wind response of tall/slender structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 40(1), 33–54

Yalla, S.K. and Kareem, A. (2000). Optimum absorber parameters for tuned liquid column dampers. *Journal of Structural Engineering* 126(8), 906–915