EL USO DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES EN LA PREDICCION DE DESEMBARQUES: UN EJEMPLO DE APLICACION EN PESQUERIAS ARTESANALES

USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS TO FORECAST LANDINGS: A CASE STUDY

Sebastián R. Abades*

RESUMEN

Se implementó una red neuronal artificial para ilustrar la utilidad de esta técnica en la predicción de desembarques, utilizando como ejemplo de aplicación a tres recursos bentónicos comercialmente explotados: navajuela, huepo y piure. La red neuronal artificial consiste en un tipo de regresión múltiple muy sofisticada en su operatoria, capaz de captar relaciones estructurales de distinta naturaleza entre las variables predictoras y la(s) de respuesta. La red neuronal "aprende" sobre los diversos escenarios a los que ha sido expuesta durante una fase de entrenamiento inicial, con la consecuente capacidad de generalizar y proponer predicciones muy ajustadas a la realidad. Se trabajó en base al algoritmo de retropropagación, con el cual es posible supervisar el proceso de aprendizaje de la red neuronal. Las predicciones de los desembarques obtenidas fueron altamente consistentes con las observadas, tanto en la escala de resolución mensual como en la anual. Se discute sobre el potencial de esta metodología como complemento de las evaluaciones de stock, en particular para situaciones donde las reglas de ensamblaje de un sistema de interés son desconocidas o muy complejas.

Palabras claves: inteligencia artificial, recursos bentónicos.

ABSTRACT

A feedforward neural network was implemented to illustrate the usefulness of this technique for landings forecasting, using three commercially exploited resources as case studies. An artificial neural network is a kind of multiple regression, able to fit different functional relationships between variables. The neural network is initially trained, learning from the different scenarios it has been exposed to, enhancing then its capacity for generalization and forecasting. In this study a backpropagation algorithm was used to train the network. Expected and observed landings strongly agreed, both over a monthly and yearly basis. The potential of this method as a complementary tool for other forecasting techniques in stock assessment is highlighted, particularly when system assembly rules are unknown or known to be complex.

Key words: artificial intelligence, benthic resources.

Fecha de recepción: 18-12-00. Fecha de aceptación: 19-06-01

*Departamento de Ecología, P. Universidad Católica de Chile, Alameda 340, Santiago, Chile. E-mail: sabades@genes.bio.puc.cl

S. R. Abades

INTRODUCCION

Durante los últimos años la técnica de redes neuronales artificiales (RNA) ha sido aplicada exitosamente a una amplia variedad de problemas, incluyendo la clasificación de datos, control estadístico de procesos, modelación de sistemas complejos y predicción (Cherkassky et al. 1994, Ripley 1993, 1994). Las RNA son una clase de métodos de regresión no lineal muy flexible, que a diferencia del común de los métodos de regresión empleados no requiere de relaciones funcionales particulares ni de supuestos distribucionales (Cherkassky et al. 1994, Ripley 1994).

Las RNA son una técnica de modelación que imita el sistema nervioso humano (Ripley 1994). Su formulación es diferente a las aproximaciones convencionales de modelación estadística, tanto en lo estructural como en lo algorítmico: consiste de un sistema jerárquico formado por capas, las cuales constituyen diferentes niveles de procesamiento de la información. Generalmente se tiene una capa de entrada y una de salida, equivalentes a un grupo de variables independientes y de respuesta, respectivamente. Una o más capas intermedias ocultas mantienen la conexión entre la capa de entrada y salida (Spretch 1990). Cada capa tiene un número de elementos de procesamiento de información llamados neuronas, nodos o unidades (Ripley 1994). Estas neuronas están interconectadas entre sí a través de señales ponderadas, las que por lo general fluyen desde la capa de entrada a las intermedias y la de salida, aunque circuitos recurrentes también son permitidos (Solé & Manrubia 1996). Cada neurona calcula su salida por medio de una función de transferencia (o función de activación) que puede ser lineal o no lineal (Ripley 1994). La figura 1 muestra un esquema típico que representa la estructura de una red neuronal artificial.

Una clasificación general de las RNA distingue dos tipos: las redes recurrentes y las de alimentación hacia adelante (Li & Parsons 1997). De estas últimas las más comunes son las llamadas de propagación hacia atrás, que funcionan gracias a un algoritmo particular que permite a la red neuronal ajustar los pesos entre neuronas durante un período de aprendizaje supervisado (Ripley 1994, 1993). Precisamente esta última característica es lo que hace de las redes neuronales una herramienta tan potente: su capacidad de "aprender" de la experiencia y por lo tanto ser capaz de generalizar y predecir

en base a la información adquirida.

El aprendizaje ocurre durante el proceso de ajuste de los pesos que une a las neuronas, ajuste tal que los resultados entregados como salida de la red neuronal se correspondan con un conjunto de valores entregados como "blancos" (por ello es aprendizaje supervisado). A diferencia de la formulación matemática tradicional, la relación entre variables de respuesta e independientes es codificada en los pesos y almacenada en toda la estructura de la red neuronal (Ripley 1994).

Una propiedad importante de las RNA es su capacidad de generalizar y de entregar predicciones adecuadas a partir de combinaciones de valores desconocidos de las variables de entrada. Esto se logra utilizando la información almacenada en la red para decodificar los nuevos patrones de entrada y proponer una salida que represente el caso más probable de acuerdo a la experiencia de la RNA. La predicción obtenida, sea o no del todo correcta, es internalizada a la RNA, reajustando los valores de los ponderadores de forma tal que este nuevo patrón sea diagnosticable en el futuro (Li & Parsons 1997). El aprendizaje es por lo tanto una ventaja adaptativa con la que no se cuenta en la modelación matemática tradicional, permitiendo trabajar en problemas para los cuales no es posible contar aún con propuestas mecanicistas, o para los cuales el sistema está ensamblado de manera muy compleja para ser tratado con formulación matemática explícita (Silvert 1997).

Se ha demostrado teóricamente que las RNA son capaces de aproximar cualquier función no lineal compleja, en la medida que hayan suficientes capas ocultas y suficientes neuronas no lineales (i.e., neuronas cuya función de activación es no lineal) en cada capa (Honik et al. 1989). Esta capacidad de manejar la no linealidad es una característica adicional de las RNA que permitirían complementar los esfuerzos de predicción de métodos lineales convencionales como las de series de tiempo (Li & Parsons 1997), en particular en situaciones donde el comportamiento de los agentes que componen el sistema es rara vez lineal (Angel et al. 1998, Li & Parson 1997, Silvert 1997).

A pesar de las ventajas antes indicadas, en evaluación de recursos naturales de importancia comercial existen pocos casos donde las RNA hayan sido empleadas (por ejemplo Aoki & Komatsu 1997 y Silvert 1997). En este trabajo se presenta un caso de estudio para ilustrar el valor predictivo de esta metodología. En parti-

cular se presenta como problema de estudio la predicción de los desembarques artesanales de recursos bentónicos de importancia comercial para la VIII Región. Dada la variabilidad de los recursos naturales explotables bentónicos (i.e., natural y por explotación) y restricciones externas como por ejemplo las demandas de mercado, es que el comportamiento de los pescadores artesanales resulta altamente impredecible, pudiendo éstos redirigir esfuerzos de captura a varias especies objetivo durante el año, con el consecuente impacto en los niveles de desembarque local por especie registrados en las estadísticas de pesca.

MATERIALES Y METODOS

Datos

El tamaño de la base de datos es un punto crítico para el funcionamiento óptimo de una RNA. Debido a la naturaleza de las RNA entrenadas con supervisión, patrones de entrada que nunca antes han sido presentados podrían entregar resultados sin sentido. Por lo tanto, el uso de un gran número de datos implica que la RNA es capaz de aprender más sobre el sistema subyacente que genera los datos, y por ende generalizar mejor al enfrentar una solicitud de predicción (Chakraborty et al. 1992). Sin embargo, y a diferencia de la modelación de series de tiempo, la extensión temporal de los datos no es en extremo restrictiva, pudiéndose llegar a un compromiso entre bases de datos de corta extensión pero enriquecidas por un mayor número de variables con potencial predictivo. Los datos usados en este trabajo son los desembarques mensuales de recursos bentónicos por especie

para la VIII Región, obtenidos de las estadísticas de pesca publicadas por SERNAP (Anuario Estadístico de Pesca, desde 1987 a 1998). Se utilizarón los registros desde al año 1987 a 1988 (144 meses), considerándose sólo los recursos indicados en la Tabla 1. De éstos se ensayaron las predicciones de los desembarques para los recursos navajuela (Tagelus dombeii (Lamarck 1818)), huepo (Ensis macha (Molina 1782)) y Piure (Piura chilensis Molina 1782).

Estructura de la RNA

Se empleó una red neuronal de tres capas: una de entrada, una de salida y una capa intermedia oculta (Fig. 1). Se utilizó sólo una capa intermedia dado que se ha demostrado que esta estructura puede aproximar un gran número de funciones arbitrarias entre las variables de entrada y las de salida, manteniendo la simplicidad de la RNA (Komatsu et al. 1994b). El número de neuronas en la capa de entrada fue de 18, equivalente al número de variables predictoras empleadas (desembarques para cada recurso listado en Tabla 1, menos aquel a predecir), es decir, cada neurona de entrada procesa los valores de desembarque de un recurso diferente. La capa de salida sólo posee una neurona, la que procesa la información de salida para la variable de interés (i.e., toneladas desembarcadas de la especie blanco). El número de neuronas en la capa intermedia fue de seis, un tercio del número de neuronas en la capa de entrada, lo que ha sido sugerido como una regla empírica útil frente a la imposibilidad de determinar analíticamente la cantidad óptima de neuronas en la capa oculta (Li & Parsons 1997). Otras "fórmulas de cálculo" se han sugerido en la literatura,

Tabla 1. Listado de recursos (nombres vernaculares de acuerdo a las estadísticas de pesca proporcionadas por SERNAP) cuyos desembarques fueron utilizados para la predicción de los desembarques de recursos objetivo por la red neuronal artificial implementada.

Species list (common names according to the fisheries data statistics provided by SERNAP) used in the implementation of the artificial neural network.

| Algas | Bivalvos | Crustáceos | Echinodermos | Tunicados | |
|-----------|-----------|--------------|---------------------|-----------|--|
| Chasca | Almeja | Jaiba peluda | Erizo | Piure | |
| Chicorea | Trumulco | Jaiba reina | | | |
| Cochayuyo | Cholga | Picoroco | | | |
| Luga-luga | Choro | | | | |
| Pelillo | Culengue | | | | |
| | Huepo | | | | |
| | Lapa | | | | |
| | Macha | | | | |
| | Navajuela | | | | |

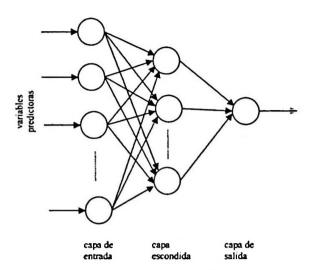


Figura 1: Representación esquemática de una red neuronal artificial de tres capas. Los círculos representan las unidades de procesamiento de información (neuronas). Las flechas indican el sentido del flujo de la información entre neuronas.

Schematic representation of a three-layered artificial neural network. Circles represent a processing unit (neuron). Arrows indicate information flow between neurons.

sin embargo todas caen en la clasificación de reglas empíricas, y para los propósitos expositivos del presente trabajo se ha optado por la más sencilla de estas reglas. Sin embargo, la evaluación final al momento de determinar el número de capas intermedias debiera realizarse a posteriori, comparando las ventajas predictivas de varias implementaciones con distinto número de neuronas en la capa media.

Las neuronas se conectaron desde una capa a la siguiente a través de ponderadores ajustables. Cada vez que una unidad recibe señales de entrada, éstas son ponderadas por diferentes valores y sumadas (Fig. 2). Posteriormente la neurona emite una señal de salida con un valor de acuerdo a la función de activación que le ha sido asignada. En este caso se utilizó una función sigmoídea. Una función sigmoídea en este caso cumple el rol de condición umbral suave, permitiendo reducir el aporte a la predicción final de aquellas neuronas que en un momento dado no procesan información capaz de mejorar el poder predictivo de la red neuronal.

Un algoritmo de propagación hacia atrás fue empleado para ajustar los ponderadores minimizando las diferencias entre la señal emitida por la capa de salida y un conjunto de valores "verdaderos" empleados para entrenar la RNA. Esta se torna cada vez más precisa después de cierto número de ciclos de aprendizaje

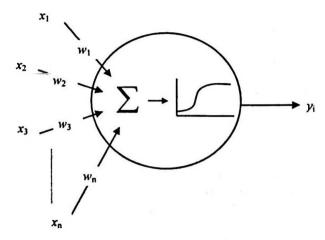


Figura 2. Detalle de una neurona individual. Las flechas de entrada señalan la información procedente desde otras neuronas $(x_1, x_2, ..., x_n)$. La información es ponderada por pesos estadísticos $(w_1, w_2, ..., w_n)$ antes de entrar a la neurona receptora. La información entrante es sumada en la neurona y utilizada para emitir una nueva señal, modulada por una función de activación.

Detail of a single neuron. Arrows represent inputs from other neurons $(x_1, x_2, ..., x_n)$. Information is weighted $(w_1, w_2, ..., w_n)$ before it feeds the input neuron. Inputs are summed and used to generate an output signal according to a given activation function.

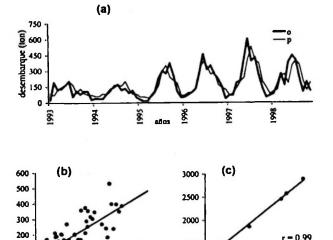
sobre el set de datos de entrenamiento (i.e., es aprendizaje supervisado). Un máximo de 5000 ciclos fueron empleados en este trabajo. Este escenario de cálculo permite que la red neuronal disponga de un número de iteraciones suficientes para converger a un valor mínimo de diferencia entre las predicciones y los valores "blanco" empleados para su calibración.

Siguiendo los procedimientos convencionales para datos de poca extensión (Ripley 1994), se dividió la base en dos grupos de igual tamaño (72 meses cada uno), el primero utilizado para la estimación y ajuste de los ponderadores, y el segundo para comparar las predicciones entregadas por la RNA y los valores de desembarques de las especies de interés. La comparación se realizó a dos escalas temporales: en una base mensual y en una anual (sumando los desembarques estimados desde enero a diciembre). El grado de ajuste entre las predicciones y los valores reales se cuantificó por medio del coeficiente de correlación de Pearson (Sokal & Rohlf 1988). Predicciones de valores negativos se consideraron como valor cero.

RESULTADOS

La Figura 3a muestra los valores reales y predi-

100



Desembarques observados (ton)

10.0 >> a

400

1500

1000

1000 1500 2000

p << 0,001

2500 3000

Figura 3. (a) Serie temporal de los desembarques de navajuela para el período 1993 a 1998. La línea gruesa (o) indica los valores de desembarques reales. La línea delgada (p) muestra los valores predichos por la red neuronal artificial. (b) Relación entre los valores observados y esperados en la escala mensual. (c) Relación entre los valores observados y esperados expresados anualmente.

(a) Landings time series of navajuela for the period 1993-1998. Thick line (o) indicates actual landings values. Thin line (p) shows predicted values done by the artificial neural network. (b) Relationship between observed and expected values on a monthly basis. (c) Relationship between observed and expected values on a yearly basis.

chos por la RNA para los últimos 72 meses (1993 a 1998) para el recurso navajuela. Se aprecia una buena correspondencia entre las tendencias de ambas curvas. En la Figura 3b se presenta la relación entre los valores reales y los esperados mensualmente. La relación es significativa (r = 0.84; p << 0.001) aunque con algún grado de dispersión. El ajuste es mejorado sustancialmente si se agrupan los valores en una base anual (Fig. 3c; r = 0.99; p << 0.001).

La Figura 4a muestra las curvas esperadas y observadas para el recurso huepo. Al igual que en el caso anterior, la RNA predice tendencias similares a las observadas, siendo la relación estadísticamente significativa (Fig. 4b; r = 0,79; p << 0,001). El poder predictivo también es aumentado al considerar la escala anual para la comparación (Fig. 4c; r = 0,97, p << 0,001).

Resultados similares se aprecian para el tercer recurso ejemplificado, capturándose correcta-

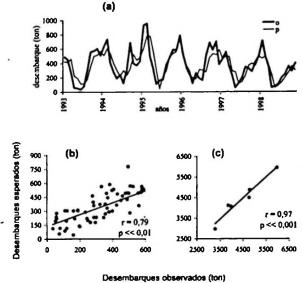


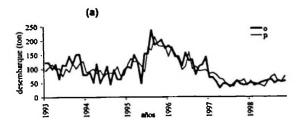
Figura 4. (a) Serie temporal de los desembarques de huepo para el período 1993 a 1998. La línea gruesa (o) indica los valores de desembarques reales. La línea delgada (p) muestra los valores predichos por la red neuronal artificial. (b) Relación entre los valores observados y esperados en la escala mensual. (c) Relación entre los valores observados y esperados expresados anualmente.

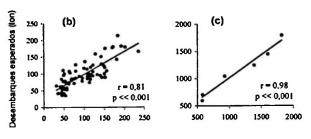
(a) Landings time series of huepo for the period 1993-1998. Thick line (o) indicates actual landing values. Thin line (p) shows predicted values by the artificial neural network. (b) Relationship between observed and expected values on a monthly basis. (c) Relationship between observed and expected values on a yearly basis.

mente las tendencias de fluctuación (Fig. 5a), con ajustes significativos en la escala mensual (Fig. 5b; r = 0.81; p << 0.001) y anual (Fig. 5c; r = 0.98; p << 0.001).

DISCUSION

En el presente trabajo se ha implementado una red neuronal artificial con la intención de ilustrar su uso y poder predictivo. No se ha incorporado una comparación directa con otros métodos convencionales, puesto que no es pretensión del autor imponer esta metodología por sobre otras estándares. La indicación es que dado el alto poder predictivo de las RNA, su uso resultaría muy útil trabajando en paralelo con modelos estadísticos paramétricos clásicos (e.g., regresiones lineales simples y múltiples, modelos autoregresivos) o modelos mecanicistas, en particular prediciendo el nivel y sentido de cambio para una o más variables de interés y comparándolas luego con el diagnóstico de los modelos de uso común, permitiendo ade-





Desembarques observados (ton)

Figura 5. (a) Serie temporal de los desembarques de piure para el período 1993 a 1998. La línea gruesa (o) indica los valores de desembarques reales. La línea delgada (p) muestra los valores predichos por la red neuronal artificial. (b) Relación entre los valores observados y esperados en la escala mensual. (c) Relación entre los valores observados y esperados expresados anualmente.

(a) Landings time series of piure for the period 1993-1998. Thick line (o) indicates actual landing values. Thin line (p) shows predicted values by the artificial neural network. (b) Relationship between observed and expected values on a monthly basis. (c) Relationship between observed and expected values on a yearly basis.

lantar posibles falencias en los métodos predictivos normalmente empleados.

En este trabajo se ha ilustrado el potencial de las RNA para abordar problemas gobernados por incerteza y posiblemente por relaciones no lineales entre los componentes del sistema considerado. En el caso particular de los desembarques artesanales, esta situación es esperable dado que los componentes encargados de la extracción de los recursos son agentes sociales y por ende poseen capacidad de decisión (la que por definición es contingente e idiosincrática, Silvert 1997), dificultando así la capacidad de predecir sobre qué recursos y con qué intensidad se concentrará la actividad de extracción. La variabilidad inducida por factores naturales, además de los mismos inducidos por la presión pesquera, supone un panorama aún más complicado para la modelación matemática explícita de este sistema.

La predicción a partir de RNA sin embargo se plantea como una alternativa capaz de abordar este tipo de problemáticas, radicando su importancia no sólo en su poder de generalización (lo que otorga su potencial predictivo), sino además en su capacidad de abordar problemas donde la articulación entre las partes consituyentes del sistema obedecen a reglas no conocidas (Ripley 1997, Aoki & Komatsu 1997).

En todos los casos aquí ejemplificados, la operación de la RNA implementada fue suficientemente buena para capturar las fluctuaciones en los desembarques de los recursos en la escala mensual (Fig. 3a, 4a y 5a). Particularmente interesantes son los niveles de ajuste obtenidos al integrar las predicciones mensuales en una escala anual (Fig. 3c, 4c y 5c). Estos resultados sugieren dos líneas de discusión paralelas sobre la utilidad de las RNA. Primero, si el interés es puramente predictivo, estos resultados indicarían que la utilización conjunta de los valores de desembarques para diferentes recursos extraídos por los pescadores artesanales, son información suficiente para avanzar los niveles de desembarque más plausibles al menos en una escala anual. Esta información, complementando una evaluación de stock formal podría servir de base para la implementación de medidas de manejo precautorio, en particular para recursos con alta probabilidad de ser sobrexplotados (Angel et al. 1998). Segundo, dado que la RNA es capaz de extraer "estructura" (e.g., no lineal) es posible indagar en la dinámica de asignación del esfuerzo de extracción para un el conjunto de recursos al cual los pescadores artesanales acceden de manera alternativa. Por "extraer estructura no lineal" se entiende la capacidad del método de hacer uso de toda la información que le es entregada, pudiendo aproximar funciones arbitrarias simplemente asignando ponderaciones adecuadas a las variables de entrada, de tal forma que se maximiza la potencia de predicción de la(s) variable(s) de respuesta. En el proceso de asignación de pesos a las variables de entrada se está seleccionado aquella información que contribuye a explicar los cambios temporales de la variable de interés, y por ende capturando parte de la dinámica que mueve a los pescadores artesanales a cambiar la intensidad de explotación de un recurso por otro. Una precaución hay que tener al respecto: si bien es posible capturar estas interrelaciones entre variables, por muy complejas que sean, esta estructura queda "internalizada" en la RNA. No es posible acceder a una interpretación directa del aporte de cada variable de entrada a través del exámen de los pesos asignados a ellas, ya que el ajuste se realiza sin

contemplar relaciones causales mecanicistas entre variables, sino con un afán de máximo aprovechamiento de la información con fines predictivos (Ripley 1994).

Los casos particulares aquí tratados son sólo ilustraciones de las capacidades de predicción que la metodología de RNA podría otorgar en situaciones potencialmente complejas. Evidentemente el interés podría concentrarse en otros recursos, como en las pesquerías industriales y considerar bases de datos para extensiones superiores a la regional. Más aún, la posibilidad de acceder a variables hidrográficas, climáticas, biológicas e incluso económicas, permitiría una modelación más concordante con el escenario en el cual ocurren los fenómenos de interés (e.g., Aoki & Komatso 1997).

Han habido pocas aplicaciones de esta metodología en el ámbito de los recursos marinos: algunas aplicaciones en identificación de cardúmenes de peces (Haralabous & Georgakaratos 1993), predicciones de condiciones del océano y pesquerías (Aoki & Komatsu 1997, Komatsu et al. 1994a, 1994b), y en la identificación de plancton usando imágenes satelitales (Nakano et al. 1991), por nombrar algunas. Más allá de la aplicación de las redes neuronales artificiales en un problema particular, lo fundamental es que su implementación es relativamente sencilla. Dada su versatilidad, es probable que en el futuro su uso se masifique en el campo de la evaluación de recursos.

LITERATURA CITADA

- ANGEL, D., KROST, P. & W. SILVERT. 1998. Describing benthic impacts of fish farming with fuzzy sets: theoretical background and analytical methods. Journal of Applied Ichthyology 14: 1-8.
- AOKI, I. & T. KOMATSU. 1997. Analysis and prediction of the fluctuation of sardine abundance using a neural network. Oceanologica acta 20: 81-88.
- CHAKRABORTY, K., MEHROTA, A. K., MOHAN, C. K. & S. RANKA. 1992. Forecasting the behaviour of

- multivariate time series using neural networks. Neural Networks 5: 303-310.
- CHERKASSKY, V., FRIEDMAN, J. H. & H. WECHSLER. 1994. Preface. En: From statistics to neural networks. Theory and pattern recognition applications. Springer-Verlag, Berlin.
- HARALABOUS, J. & S. GEORGAKARATOS. 1993. Fishschool species identification using neural network. ICES. Fish Capture Committee C. M. 1993 C. M. 1993/B 9: 1-4.
- HONIK, K. M., STINCHCOMBE, M. & H. WHITE. 1989. Multilayer feedforward networks are universal approximators. Neural Networks 2: 359-366.
- KOMATSU, T., AOKI, I., MITANI, I. & T. ISHII. 1994a. Prediction of the path type and offshore distance of the Kuroshio current using neural network. Fisheries Science 60: 253-260.
- KOMATSU, T., AOKI, I., MITANI, I. & T. ISHII. 1994b. Prediction of the catch of Japanese sardine larvae in Sagami Bay using a neural network. Fisheries Science 60: 358-391.
- LI, J. & M. G. PARSONS. 1997. Forecasting tanker freight rate using neural networks. Maritime Politics Management 24: 9-30.
- NAKANO, H., SASAKI, T., NISHIMOTO, A. & Y. KA-KUI. 1991. Identification of plancton using a neural network with a function of unknown species detection. Report of Measurement Research Group IM-91-30: 47-56.
- RIPLEY, B. D. 1993. Statistical aspects of neural networks. En: Networks and chaos statistical and probabilistic aspects. pp. 40-123. Bandorff-Nielsen, O. E., Jensen, J. L. & W. S. Kendall (eds.). Chapman & Hall, London.
- RIPLEY, B. D. 1994. Flexible non-linear approaches to classification. En: From statistics to neural networks. Theory and pattern recognition applications. pp. 105-126. Cherkassky, V., Friedman, J. H. & H. Wechsler (eds.). Springer-Verlag.
- RIPLEY, B. D. 1994. Neural networks and related methods for classification. Journal of the Royal Statistics Society B 56: 409-456.
- SILVERT, W. 1997. Ecological impact classification with fuzzy sets. Ecological Modelling 96: 1-10.
- SOKAL, R. R. & R. J. ROHLF. 1988. Biometry. Freeman, San Francisco.
- SOLÉ, R. V. & S. C. MANRUBIA. 1996. Orden y caos en sistemas complejos. Ediciones UPC.
- SPRETCH, D. F. 1990. Probabilistic neural networks. Neural Networks 3: 109-118.